PIERGIORGIO ODIFREDDI
RACCONTA

ISAAC NEWTON. LA GRAVITÀ, LA LUCE E I COLORI DEL MONDO.

LA BIBLIOTECA DI REPUBBLICA

Un giorno, quand'era ormai anziano, Newton raccontò a un amico come lui si vedeva [...] Disse che, in realtà, dopo aver ottenuto tutti questi eccezionali risultati, ciascuno dei quali avrebbe fatto la fama di uno scienziato, si vedeva semplicemente come un bambino che sta sulla spiaggia in riva al mare. Un bambino che cerca sulla spiaggia dei sassolini e ogni tanto ne trova qualcuno più levigato di altri, con una forma un po' più bella. Ma di fronte a lui sta l'oceano della verità, completamente inesplorato.

Piergiorgio Odifreddi

CAPIRE LA SCIENZA
La scienza raccontata dagli scienziati

5

LA BIBLIOTECA DI REPUBBLICA

5 - CAPIRE LA SCIENZA La scienza raccontata dagli scienziati
Isaac Newton. La gravità, la luce e i colori del mondo

«PIERGIORGIO ODIFREDDI *racconta* Isaac Newton. La gravità, la luce e i colori del mondo» e «IN SINTESI *di* Piergiorgio Odifreddi» sono tratti dalla collana in DVD «BEAUTIFUL MINDS».
Pubblicati su licenza di Digital E s.r.l., Torino

La biografia di Newton è tratta da:

E. Berti, C. Rossitto, F. Volpi, *Antologia di filosofia dall'antichità a oggi*
© 2008, Gius. Laterza & Figli, Roma-Bari

Gli articoli di N. Guicciardini sono tratti da «i grandi della scienza», supplemento a «Le Scienze».

Realizzazione: Edigeo s.r.l., Milano

Design di copertina: Marco Sauro per Cromografica s.r.l.

Gruppo Editoriale L'Espresso
Via C. Colombo 98
00147 Roma

la Repubblica
Direttore Responsabile: Ezio Mauro
Reg. Trib. Roma n. 16064 del 13/10/1975

Stampa: Puntoweb s.r.l. - Ariccia (Roma) - 2012

Questo volume è stampato su carta prodotta con cellulose senza cloro gas provenienti da foreste controllate e certificate, nel rispetto delle normative ecologiche vigenti.

PIERGIORGIO ODIFREDDI

racconta

Isaac Newton
La gravità, la luce e i colori del mondo

Sommario

PIERGIORGIO ODIFREDDI

racconta

Isaac Newton
La gravità, la luce e i colori del mondo

Un genio a tutto campo

È il 1642. Due giorni dopo l'Epifania, l'8 gennaio, muore Galileo, il più grande scienziato italiano, che ha aperto la via alla nuova scienza. Alla fine dell'anno, il 25 dicembre 1642, il giorno di Natale, nasce Isaac Newton, che diventerà il più grande scienziato mai esistito. O, almeno, uno dei tre più grandi, insieme ad Archimede ed Einstein.

Newton sembrerebbe quasi una specie di reincarnazione di Galileo, anche se quello che abbiamo detto sulla sua data di nascita non è del tutto esatto. Perché era sì il giorno di Natale del 1642, ma non per tutta Europa. L'Inghilterra non aveva ancora introdotto il nuovo calendario gregoriano, e quando per essa era ancora Natale, per buona parte dell'Europa si era ormai già nel 1643.

Newton è passato alla storia per aver scritto il più grande capolavoro della fisica di tutti i tempi, i *Principia mathematica.* Ma noi non parleremo soltanto di questo libro, e della teoria della gravitazione che esso contiene, perché Newton è stato un personaggio veramente poliedrico. Come scienziato, ha contribuito al progresso di tantissimi campi, dalla matematica all'ottica. Ma si è anche interessato di argomenti diversi, e a prima vista sorprendenti, che spaziano dall'alchimia alla teologia.

La scomposizione della luce

Il personaggio di Newton è entrato ormai nell'immaginario collettivo, e lo conoscono persino i bambini delle elementari e delle medie. In particolare, ci sono due oggetti che siamo abituati ad associare al suo nome: il prisma e la mela.

Da ragazzo Newton trovò un prisma in una fiera del suo paese. Non si trattava di una novità, visto che appunto circolava nelle fiere e nei mercati, ma fu una novità l'uso che egli ne fece. E qui notiamo subito un parallelo con l'esperienza di Galileo con il cannocchiale.

Anche lo scienziato pisano non aveva inventato il cannocchiale, però aveva saputo usarlo in maniera assolutamente innovativa. Cioè, non guardando le cose che stavano intorno a lui, bensì puntandolo verso il cielo, per compiere le osservazioni della Luna, dei pianeti e delle stelle che lo resero famoso in tutto il mondo e presso i posteri.

Newton fece esattamente lo stesso. Fino ad allora, i prismi erano stati considerati solo dei giocattoli, o delle curiosità. Lui ne fece un uso molto più costruttivo, a partire da un famoso esperimento che tutti conoscono e che possiamo facilmente ripetere. Basta prendere, per esempio, un CD e orientarne la parte incisa verso la luce per accorgersi che diventa colorato. Sul disco, che a prima vista appare semplicemente bianco-grigiastro, appaiono tutti i colori dello spettro della luce.

Già prima di Newton, molti altri scienziati, da Cartesio a Huygens, avevano notato che quando la luce bianca passava attraverso un prisma diventava colorata. Ma Newton studiò il fenomeno in maniera sistematica e scientifica.

Anzitutto, fece un piccolo buco nelle imposte della sua camera per far passare un unico raggio di luce che colpisse il prisma. E poi non osservò la luce in uscita dal prisma soltanto a poca distanza, tenendolo in mano di fronte agli occhi, bensì la proiettò su una parete lontana, in modo che il fascio luminoso si aprisse e diventasse molto più evidente.

Il risultato fu una successione di colori, che noi oggi chiamiamo «spettro». Newton divise questo spettro in sette parti di colori diversi. La divisione era piuttosto arbitraria, visto che in realtà lo spettro ha infiniti colori, senza suddivisioni nette. Ma Newton aveva motivazioni metafisiche, e gli piaceva l'idea che ci fosse un'analogia tra i sette colori e le sette note della scala musicale.

In seguito iniziò a ideare esperimenti via via più complicati. Per esempio, l'anno successivo comprò un secondo prisma, e si accorse che se dapprima scomponeva la luce facendola passare nel primo prisma, e poi faceva passare lo spettro così ottenuto nel secondo prisma invertito, i colori venivano ricomposti in un raggio di luce bianca.

Si accorse, cioè, che il fenomeno di scomposizione e ricomposizione della luce non era casuale, bensì sistematico. E scoprì che la luce bianca è composta da tutti i colori possibili dello spettro. Il bianco, cioè, non è un colore, ma una mistura di colori. Una scoperta che all'epoca fece scalpore e sollevò feroci polemiche tra gli scienziati.

La natura della luce

Quando comunicò i risultati che aveva ottenuti nel campo dell'ottica, Newton commise un errore tattico. Insieme alla descrizione degli esperimenti da lui compiuti, e all'enunciazione dei risultati ottenuti, egli propose infatti anche una controversa teoria metafisica sulla natura della luce.

La teoria corrente era stata proposta da Huygens, un grande scienziato olandese che era il suo *alter ego* nel continente. Christiaan Huygens considerava la luce un fenomeno ondulatorio, simile cioè alle onde del mare. Come queste si propagano nell'acqua, le onde luminose si sarebbero propagate in un mezzo che poi è diventato noto con il nome di «etere».

Secondo Newton, invece, la luce non era fatta di onde, bensì di particelle, che venivano scaricate come pallottole sparate da una mitragliatrice. Quest'idea non fu accolta con favore, e una parte delle polemiche che accompagnarono gli studi di Newton sull'ottica fu proprio legata al fatto che molti scienziati non accettavano la sua visione corpuscolare.

Ma chi aveva ragione, fra Huygens e Newton? Nel 1801 Thomas Young compì un famoso esperimento, chiamato «della doppia fenditura». Fece cioè passare la luce attraverso due fenditure, e scoprì quelle che oggi noi chiameremmo «frange di interferenza». È un fenomeno riscontrabile anche quando si va al mare, quando le onde penetrano in un porto o un'insenatura da due punti diversi. E poiché l'interferenza è un fenomeno tipico delle onde, questo esperimento sembrò dimostrare che Newton aveva torto e Huygens aveva ragione.

Alla fine dell'Ottocento ci si imbatté però in uno strano fenomeno, noto come «effetto fotoelettrico», che non si riusciva a spiegare sulla base della teoria ondulatoria. Nel 1905 Albert Einstein riuscì a spiegarlo facilmente usando invece l'ipotesi corpuscolare di Newton, e vinse proprio per questo suo lavoro il premio Nobel nel 1921.

La disputa sulla natura della luce sembrò riprendere vita, perché alcuni esperimenti davano ragione a Huygens e alla teoria ondulatoria, e altri a Newton e alla teoria corpuscolare. Ma con l'avvento della meccanica quantistica si è capito che avevano ragione entrambi!

Cioè, la luce è un fenomeno dalla doppia natura, ondulatoria e corpuscolare. E a seconda degli esperimenti che facciamo, viene messo in evidenza uno dei suoi due aspetti. Si tratta di un esempio del paradossale «fenomeno della complementarietà», tipico della meccanica quantistica. Ma questa è una storia che racconteremo un'altra volta.

La mela tra storia e leggenda

Abbiamo parlato del primo oggetto che nel nostro immaginario è legato a Newton: il prisma. Ma il secondo, forse ancora più conosciuto del primo, è la famosa mela, una delle tante che hanno punteggiato la storia della fantasia umana. Basta pensare alla tentazione di Eva, o al giudizio di Paride. Alle mele di Guglielmo Tell, o di Biancaneve. E alle Apple dei Beatles o di Steve Jobs.

Quanto alla mela di Newton, si tratta soltanto di una leggenda, o fu veramente un fatto storico? La storia l'ha raccontata Newton stesso da vecchio, ad almeno quattro testimoni diversi. Quand'era ragazzo, tra il 1665 e il 1666, egli abbandonò Cambridge, dove studiava, per ritirarsi in campagna a causa di un'epidemia di peste. E un giorno, mentre stava seduto sotto un melo, una mela cadde e gli fece balenare in mente l'idea che cambiò la storia della fisica.

Naturalmente, tutti sapevano che la Terra attirava in qualche modo gli oggetti verso di sé, e che esisteva quel fenomeno che oggi noi chiamiamo «gravità» o «gravitazione». Non tutto, però, tende ad andare verso il basso: per esempio il fumo tende a salire. Questo confuse gli antichi, in particolare Aristotele, che sostennero come alcuni corpi avessero la tendenza a cadere e altri, invece, la tendenza a salire. L'intuizione che venne a Newton fu che la forza che faceva cadere la mela per terra avrebbe potuto essere la stessa forza che manteneva in orbita la Luna.

Questo sembra a prima vista balzano: che cosa c'entra con la gravitazione la Luna, che tra l'altro non cade, ma si mantiene sempre alla stessa distanza dalla Terra? Fra poco cercheremo di spiegare la questione un po' più nel dettaglio, ma rimane il fatto che la storia della mela non è una leggenda, bensì un episodio realmente accaduto, a meno di pensare che Newton abbia inventato l'episodio, per costruire una mitologia su se stesso.

La forza di gravità

Abbiamo lasciato Newton seduto sotto l'albero nel giardino a meditare sulle conseguenze della caduta di una mela. A terra, tra l'altro, e non sulla sua testa!

Questo infatti Newton non lo disse mai, ed è sicuramente un abbellimento posteriore.

Qual è l'essenza dell'osservazione di Newton? Sappiamo che la mela cade verso la Terra, e così succede per tutti i corpi. Quindi c'è una forza che li attira. Una forza su cui Newton non si pronunciò mai. Anzi, in seguito dichiarò: «Non fingo ipotesi sulla natura della gravità, semplicemente mi limito a osservare che c'è».

Sappiamo anche che c'è un fenomeno completamente differente, che è il moto dei pianeti attorno al Sole. In quegli anni Newton aveva fatto dei calcoli partendo dalle famose tre leggi di Keplero. Supponendo che le orbite fossero circolari, come più o meno sono, dalla terza legge aveva derivato abbastanza facilmente che ci doveva essere una forza che teneva i pianeti vincolati al Sole. E questa forza doveva essere inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

L'espressione matematica ci dice che la forza è diversa a seconda della distanza dei pianeti dal Sole, e decresce man mano che i pianeti sono più lontani. Ma non decresce in maniera lineare, bensì in maniera quadratica: cioè, molto più velocemente che se vi fosse semplicemente una proporzionalità diretta.

Ricavare questa legge matematica per i pianeti in orbita intorno al Sole era stato possibile grazie al confronto tra il loro tempo di rivoluzione e la loro distanza dal Sole. Se noi fossimo stati su Giove, dove i satelliti sono più di uno, si sarebbe potuto immaginare qualcosa di analogo a quello che succede nel sistema solare. Ma la Luna è l'unico satellite della Terra, e quindi non possiamo confrontarlo con nulla.

Ed è qui che interviene l'idea fondamentale di Newton. Non sarà che la forza che attrae sulla Terra i corpi, per esempio le mele, è la stessa che sta attirando la Luna nella nostra orbita? Se così fosse, e si trattasse dello stesso tipo di forza che lega i pianeti al Sole, cioè una forza che decresce col quadrato della distanza, allora si potrebbe calcolare qual è l'intensità di questa forza sulla Terra. E confrontandola con la distanza della Luna dalla Terra, si potrebbe verificare se effettivamente la forza decresce con il quadrato della distanza.

Newton fece i calcoli. Innanzitutto prese dal *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* di Galileo i valori che questi aveva assegnato alla gravità. Poi prese la distanza della Luna dalla Terra che già gli antichi avevano stabilito, e che corrispondeva a circa 60 raggi terrestri. Poiché la forza dovrebbe decrescere con il quadrato della distanza, la gravità che noi sentiamo sulla superficie terrestre dovrebbe essere 3600 volte più grande di quella esercitata sulla Luna, perché 60 per 60 fa appunto 3600.

La Luna e la mela

Newton fece questo calcolo usando i valori che Galileo aveva trovato per l'accelerazione di gravità sulla Terra, ma scoprì che i conti non tornavano. Galileo aveva infatti sbagliato clamorosamente i valori della gravità, anche se non per colpa sua: semplicemente, si tratta di esperimenti che richiedono una grande precisione, e Galileo non aveva strumenti adatti.

Qualche tempo dopo Newton trovò un metodo diverso da quello di Galileo, basato questa volta sul pendolo, per misurare l'accelerazione di gravità sulla Terra. E trovò il valore che tutti oggi conosciamo: circa 9,8 metri al secondo quadrato. Rifece la proporzione con quella che avrebbe dovuto essere la gravità esercitata dalla Terra sulla Luna per mantenerla in orbita, e scoprì che era circa 3660 volte più piccola: cioè, più o meno, le previste 3600 volte!

Di conseguenza capì che, pur necessitando di un miglioramento dei valori sperimentali, era comunque probabile che la stessa forza che faceva cadere i corpi sulla Terra mantenesse anche in orbita la Luna. Questa fu la grande scoperta di Newton: capire che c'era soltanto *una* forza responsabile di *due* fenomeni a prima vista così diversi fra loro. E cioè, l'orbita di un satellite intorno alla Terra, e la caduta delle mele e di tutti gli altri corpi verso il centro terrestre.

Naturalmente ci si può chiedere perché, se la Luna viene attirata verso la Terra, alla fine non ci cade sopra. La spiegazione di Newton, come d'altra parte aveva già intuito Galileo, si basava sul fatto che se non ci fosse una forza che la fa continuamente «cadere» verso la Terra, la Luna se ne partirebbe, come direbbero i matematici, per la tangente.

Questa spiegazione fa intervenire il principio di inerzia, che fu intuito per la prima volta da Galileo e Cartesio. Un principio che assicura che, se non ci sono forze che intervengono sul moto di un corpo, questo procede in modo rettilineo all'infinito. Quindi, anche la Luna se ne andrebbe in maniera rettilinea sulla tangente della sua orbita se non ci fosse una forza che in ogni istante la trattiene in orbita.

A spiegare il moto della Luna attorno alla Terra è dunque la combinazione di due fattori. La gravità, cioè la forza che attrae la Luna verso la Terra, e il principio di inerzia, cioè la tendenza di un corpo a muoversi di moto rettilineo uniforme, se non c'è qualcosa che gli fa cambiare direzione.

Una scommessa vinta

Newton fece questi calcoli considerando per comodità orbite circolari, ma naturalmente sapeva che l'orbita della Luna e le orbite dei pianeti sono in realtà ellittiche. Quindi, le sue conclusioni rimasero a lungo soltanto un'approssimazione di quella che avrebbe dovuto essere la vera spiegazione della gravità.

Una quindicina di anni dopo, nel 1680, Newton riuscì a dimostrare che non soltanto per le orbite circolari, ma anche per le orbite ellittiche, la forza è in effetti inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Ma, essendo una persona estremamente paranoica, che spesso non comunicava agli altri i suoi risultati, tenne questa dimostrazione per sé.

Agli inizi del 1684 tre scienziati si trovarono per una riunione alla Royal Society, una specie di Accademia Reale delle Scienze, creata qualche anno prima. Anche questi tre personaggi hanno cambiato la storia dell'Inghilterra. Il primo era il famoso Edmund Halley, che ha dato il nome alla cometa. Il secondo era l'astronomo e architetto Christopher Wren, progettista della cattedrale di St Paul a Londra. Il terzo era Robert Hooke, un genio multiforme, autore nel 1665 della meravigliosa *Micrographia*, la prima opera dedicata alle osservazioni fatte al microscopio.

Dopo la riunione, i tre personaggi si misero a discutere a proposito di un'affermazione di Hooke. Ormai si sapeva che, per le orbite circolari, la forza di gravità che attira i pianeti verso il Sole è inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Hooke pretendeva di poterlo dimostrare anche per le orbite ellittiche, ma Halley non ci credeva, e Wren lanciò una sfida: chi fosse riuscito a dimostrarlo, avrebbe ricevuto in premio un libro del valore di quaranta scellini.

Ma i mesi passarono e nessuno dei due riuscì a produrre questa dimostrazione. Durante l'estate del 1684 Halley andò a trovare Newton a Cambridge, e durante una conversazione gli disse della scommessa. Newton rispose subito di avere ottenuto la dimostrazione qualche anno prima. Halley gli chiese di mostrargliela, ma Newton disse di non ricordare più dove aveva riposto le carte con i calcoli.

Halley pensò che anche Newton, come Hooke, stesse solo millantando di avere ottenuto il risultato. Se ne andò, ma dopo un paio di mesi Newton gli scrisse una famosa lettera. In essa era incluso un articolo scientifico intitolato *De motu*, «Sul moto», in cui si dimostrava per l'appunto che, nel caso in cui la forza di gravità sia inversamente proporzionale al quadrato della distanza, le orbite devono essere ellittiche, proprio come diceva una delle leggi di Keplero.

Anzi, Newton fece di più: dimostrò che le tre leggi di Keplero sono esattamente equivalenti, prese tutte insieme, all'esistenza di una forza diretta verso il Sole, che è inversamente proporzionale al quadrato della distanza. In altre parole, Newton scoprì che quanto enunciato da Keplero nelle sue tre leggi era esattamente equivalente alla teoria della gravitazione che lui stesso aveva intuito una ventina d'anni prima grazie alla famosa mela.

I *Principia mathematica*

Newton aveva vinto la scommessa lanciata da Wren, anche se non si sa se ricevette mai il libro da quaranta scellini che era stato messo in palio. Ma si sa che, nel momento in cui Halley ricevette questa lettera, si rese conto che Newton aveva risolto il problema, e si precipitò di nuovo a Cambridge per cercare di convincerlo a scrivere un articolo per la Royal Society.

Quando Newton iniziò a scrivere, ebbe un'esplosione creativa passata alla storia della scienza e durata tre interi anni. Tra il 1684 e il 1687 produsse una quantità enorme di risultati, che alla fine furono raccolti in un unico libro. O meglio, in tre libri pubblicati in un unico volume, intitolato *Philosophiae naturalis principia mathematica*, «Principi matematici della filosofia naturale».

La «filosofia naturale» è quella che noi oggi chiameremmo semplicemente «scienza», che per gli antichi era appunto la filosofia della natura. Newton introdusse i principi matematici di questa filosofia, cioè i mezzi per poter studiare scientificamente quello che lui chiamò il «sistema del mondo».

I *Principia* furono altrettanto influenti e fondamentali del *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* di Galileo, ma completamente diversi. Il *Dialogo* era infatti scritto in italiano e non aveva nemmeno una formula. Era quello che oggi noi chiameremmo un'opera divulgativa, scritta perché tutti potessero leggerla, capirla e discuterne.

Newton, che aveva un atteggiamento molto diverso da quello di Galileo nei confronti della scienza, fece l'esatto contrario. Scrisse l'opera in latino, di modo che soltanto i letterati potessero leggerla. E la scrisse in linguaggio matematico, e più precisamente geometrico. Quindi, per poter capire i *Principia* di Newton bisognava padroneggiare completamente gli *Elementi* di Euclide, che erano stati scritti duemila anni prima. Cosa che, ovviamente, non potevano fare le persone comuni.

Newton scienziato e filosofo

Oltre agli aspetti scientifici, nel grande libro sulla natura che Newton scrisse c'è anche molta filosofia, nel senso moderno della parola. Per esempio, egli immaginò che gli oggetti con cui noi abbiamo a che fare nella nostra esperienza quotidiana, e quelli con cui hanno a che fare gli astronomi nella loro esperienza scientifica, fossero immersi in uno spazio e in un tempo assoluti, immutabili ed eterni.

Egli pensava che lo spazio e il tempo fossero i «sensori di Dio», nel senso che Dio era esterno all'universo, ma poteva percepirlo attraverso questi «sensori», appunto. Opportunamente modificata, questa idea divenne poi uno dei fondamenti della *Critica della ragion pura* di Kant, in cui lo spazio e il tempo giocano il ruolo degli «a priori» della nostra sensibilità.

Effettivamente, furono proprio i filosofi i primi a interessarsi del lavoro di Newton. Egli era amico di un celebre pensatore inglese, John Locke. Ma fu un altro celebre pensatore francese, Voltaire, che si prese il compito di divulgare e di esporre il sistema newtoniano in una forma comprensibile alla gente comune.

Voltaire aveva passato alcuni anni in Inghilterra, tra il 1726 e il 1729. Non aveva mai conosciuto Newton, ma era andato al suo funerale nel 1727. Ed era rimasto molto stupito da questa grandiosa cerimonia funebre, in cui uno scienziato «era stato sepolto come un re che avesse fatto del bene ai suoi sudditi».

Tornato in Francia, Voltaire scrisse le famose *Lettere sugli inglesi* o *Lettere filosofiche*, che raccontarono ai francesi come funzionava il sistema inglese, e quali erano la sua filosofia e la sua scienza. Quattro di queste lettere sono dedicate a una prima esposizione, molto concisa, ma molto precisa ed efficace, del sistema newtoniano.

Il libro fece scandalo in Francia, per tanti motivi. In particolare, perché Newton faceva a pezzi la filosofia cartesiana, che costituiva il fondamento della filosofia francese. Le *Lettere filosofiche* furono bruciate sul rogo, e Voltaire si rifugiò in un castello a Cirey, insieme alla moglie di un marchese che divenne la sua amante, la famosa Émilie du Châtelet.

I due rimasero per una decina d'anni in questo castello. Naturalmente vi tenevano anche feste e balli, ma non per tutto il tempo. Tra le altre cose, i due amanti si misero anche a studiare i *Principia* e l'*Ottica* di Newton, cioè i due grandi capolavori dello scienziato inglese, e divennero i primi divulgatori del suo pensiero scientifico.

La marchesa, tra l'altro, era un'ottima matematica. Fu lei a enunciare per la prima volta quello che oggi viene chiamato il «principio di conservazione dell'energia». Fu lei a notare addirittura un errore commesso da Newton nei *Principia*, a proposito della forma matematica dell'energia. E fu sempre lei a tradurre i *Principia* in francese, e la sua classica traduzione viene letta ancora oggi in Francia.

Inoltre, la marchesa e Voltaire scrissero insieme un libro meraviglioso, che racconta al pubblico istruito le idee che Newton nascose dietro il velo del linguaggio matematico. Questa esposizione, pubblicata nel 1738, si intitola *Éléments de la philosophie de Newton*, «Elementi della filosofia di Newton», e rimane forse ancora oggi la migliore divulgazione dei *Principia*.

Il calcolo infinitesimale

Abbiamo detto che Newton scrisse i *Principia* in linguaggio geometrico, usando le tecniche sviluppate dagli antichi greci e codificate nel capolavoro di Euclide, gli *Elementi*.

In realtà, nei suoi anni giovanili di fervore creativo, tra il 1664 e il 1666, Newton aveva sviluppato un nuovo strumento matematico, che oggi si chiama «calcolo infinitesimale», o «analisi infinitesimale». Uno strumento che ormai si studia negli ultimi anni delle scuole superiori, ed è diventato il pane quotidiano di tutti coloro che vogliono applicare la matematica alla fisica.

Agli stessi risultati era arrivato anche, indipendentemente, il grande filosofo e matematico tedesco Gottfried Leibniz. E agli inizi del Settecento tra i due nacque una furiosa e penosa disputa di priorità, che mostra come anche le grandi menti a volte possono rivelarsi uomini meschini.

Newton e Leibniz scoprirono il legame tra l'operazione di derivazione, che serve per calcolare le tangenti alle curve, e l'operazione di integrazione, che serve per calcolare le aree individuate dalle curve. A prima vista le due operazioni sono completamente indipendenti, ed erano state studiate separatamente fin dall'antichità.

Agli inizi del Seicento vari matematici, da Fermat a Pascal, avevano scoperto tecniche separate per risolvere problemi relativi a una o l'altra delle due operazioni. Ma Newton e Leibniz capirono che le due operazioni, relative alle tangenti e alle aree, erano in realtà l'una l'inverso dell'altra. E la loro scoperta oggi viene considerata il «teorema fondamentale del calcolo infinitesimale».

I lati oscuri di Newton

Abbiamo visto come Newton sia stato veramente un grande scienziato, quindi, forse il più grande della modernità. Uno scienziato a tutto campo, in grado di spaziare dall'ottica, alla gravitazione, al calcolo infinitesimale.

Ma egli non si limitò soltanto alla scienza, e ci sono anche dei lati oscuri nella sua personalità e nella sua ricerca.

Quando morì, nel 1727, lasciò ai suoi eredi un'enorme cassa di documenti e di manoscritti. Essi vendettero il contenuto a diversi acquirenti, e nel tempo si scoprì con una certa sorpresa che Newton aveva in realtà dedicato la maggior parte delle sue attività intellettuali non alla fisica, non all'ottica, non alla matematica, bensì all'alchimia e alla teologia!

Molti degli scritti alchemici di Newton furono in seguito comprati da John Maynard Keynes, il celebre economista, che cercò di radunarli e poi li regalò all'università di Cambridge, dove insegnava economia politica. Durante lo studio di questi manoscritti Keynes scoprì un Newton completamente diverso, che definì «non il primo scienziato dell'età della ragione, ma l'ultimo dei maghi, l'ultimo dei babilonesi e dei sumeri, l'ultima grande mente che guardò al mondo visibile e intellettuale con gli stessi occhi di coloro che iniziarono a edificare il nostro patrimonio intellettuale ben prima di 10 000 anni fa».

Tra l'altro, chi legge le opere di Newton o le sue lettere si accorge che, effettivamente, c'era qualcosa di misterioso nella sua attività. Newton continuò per tutta la vita a corrispondere di malavoglia con gli scienziati, con i matematici, con i fisici, quasi volesse dir loro: «Lasciatemi stare perché io ho altro per la testa, devo fare altre cose».

Oggi sappiamo che stava facendo soprattutto esperimenti alchemici. Le testimonianze dei suoi assistenti, che vivevano con lui nelle due camere che aveva al Trinity College, raccontano di un Newton ossessionato, che per settimane e mesi teneva accesa in camera una fornace ardente con la quale faceva esperimenti con gli elementi, dimenticandosi addirittura di mangiare e di dormire per giorni e giorni, finché non aveva terminato ciò a cui si stava dedicando.

Newton teologo

L'alchimia, tutto sommato, poteva comunque essere considerata un'attività parascientifica. In fondo, assomigliava a una scienza primordiale, e col tempo si sarebbe trasformata nella chimica. Ma l'alchimia non esaurì gli interessi extrascientifici di Newton.

Per esempio, Locke, che come abbiamo già detto era uno dei grandi filosofi della sua epoca, dichiarò che Newton era forse il più grande teologo inglese di allora. Certamente era un assiduo studioso delle Sacre Scritture, dell'Antico e del Nuovo Testamento, e al loro commento dedicò la maggior parte di quanto scrisse nel corso della sua vita.

Perché gli esperimenti alchemici di cui abbiamo parlato li condusse solo fin verso la fine del Seicento, e li interruppe quando poi si trasferì a Londra per assumere l'incarico di direttore della zecca, che era l'ente che batteva moneta in Inghilterra. Ma a scrivere di teologia continuò fino alla sua morte. Letteralmente, perché nei giorni immediatamente precedenti la sua morte era ancora impegnato nell'interpretazione delle profezie.

Che cosa scoprì Newton su questi temi? Scoprì che la Bibbia era stata falsificata con quelle che lui chiamava «corruzioni delle Sacre Scritture». Tutto ebbe origine quando Newton dovette diventare ordinario. Il titolo lo usiamo ancor oggi nelle università, ma ci dimentichiamo che «ordinario» indicava originariamente colui che prendeva gli ordini religiosi: un tempo, infatti, per diventare ordinari si prendevano gli ordini minori.

Per il «concorso da ordinario» Newton si dedicò quindi allo studio della Bibbia, e scoprì che nei testi sacri non si faceva menzione dell'esistenza della Trinità. C'erano soltanto pochi passi che ne parlavano, ma andando a leggere le versioni originali ci si rendeva conto che le traduzioni erano state forzate in modo da alludere alla Trinità.

Questa fu una scoperta interessante, che però forse non era il caso di divulgare al Trinity College, che era per l'appunto dedicato alla Trinità. Newton tenne dunque le proprie idee per sé, ma da quel momento divenne ariano. Nel senso che aderì all'eresia di Ario, cioè all'eresia unitaria: non credeva che ci fossero tre persone nella Trinità, non credeva che Gesù Cristo fosse Dio, ma riteneva (come già san Paolo, d'altronde) che fosse soltanto un mediatore fra l'umanità e la divinità.

Su questi temi Newton produsse una quantità enorme di scritti teologici. Incominciò a studiare le profezie, in particolare l'*Apocalisse*. Voleva cercare di interpretare scientificamente le profezie, di capire cosa dicessero veramente e quale fosse il loro significato recondito.

Poiché era uno scienziato, le sue osservazioni teologiche le scrisse in linguaggio matematico. Se uno legge le osservazioni sull'*Apocalisse*, si accorge che sono scritte esattamente come i *Principia mathematica*. La struttura è la stessa. Si parte in tutti e due i casi da assiomi, da regole del filosofare o dell'interpretare a seconda dei casi, e poi si dimostrano teoremi con vere e proprie dimostrazioni.

Per esempio, nel tentativo di capire qual è la bestia dell'*Apocalisse*, si imbatte in quella che viene chiamata la Grande Apostasia. Capisce, cioè, che c'è stato un momento nella storia del cristianesimo, che è il momento del Concilio di Nicea, nel 325 d.C., in cui si comincia a elaborare la teoria della Trinità, che poi è diventata il fondamento della religione cristiana nell'Occidente. Una teoria che, secondo Newton, è completamente inventata. E il corollario di tutto ciò è che la bestia dell'*Apocalisse* si manifesta nella Chiesa, da una parte, e nel papa di Roma, dall'altra.

Naturalmente, stupisce che Newton abbia dedicato un'enorme energia ad attività al di fuori della scienza. Ma non dobbiamo naturalmente far finta di niente e concentrarci soltanto sui suoi interessi scientifici. Anche perché questi ultimi sembrano essere stati quasi solo delle «distrazioni», nei confronti dell'alchimia e della teologia, alle quali egli si dedicò con molta maggiore energia e costanza nel corso della sua vita.

Ritratto di un bambino curioso

Qual è il nostro giudizio finale sull'uomo e sullo scienziato Newton? Come abbiamo anticipato fin dagli inizi, Newton è stato sicuramente il più grande scienziato della sua epoca. E altrettanto sicuramente è stato uno dei tre più grandi scienziati della storia, insieme ad Archimede nell'antichità e a Einstein nel Novecento.

Ha cambiato la storia di tutto ciò di cui si è occupato. Ha cambiato la storia della matematica, stabilendo le basi del calcolo infinitesimale, insieme a Leibniz.

Ha cambiato naturalmente la fisica, e soprattutto la teoria della gravitazione universale, perché capì che due forze così diverse come quella che attraeva verso il centro della Terra i corpi e quella che teneva in orbita la Luna attorno alla Terra, o i pianeti intorno al Sole, erano in realtà la stessa forza.

Ha cambiato la storia dell'ottica, perché capì che la luce bianca era composta dall'unione degli altri colori, mentre il bianco non era un colore.

Possiamo quindi considerare con certezza Newton come una delle grandi menti della storia dell'umanità, e una delle grandi figure della storia della scienza. Arrivato alla vecchiaia egli costruì una sorta di mitologia di se stesso. Abbiamo detto che la storia della mela salta fuori soltanto negli ultimi due anni della sua vita: prima non ne aveva mai parlato, e non sappiamo se fosse un episodio vero che si era ricordato solo in tarda età, o se l'avesse inventato ad arte per alimentare la propria leggenda.

Newton è stato sicuramente anche un personaggio estremamente schivo, e anche un po' balzano. Prese parte ad almeno due grandi dispute: una con Leibniz, a proposito della primogenitura del calcolo infinitesimale, e una con Hooke, a proposito della primogenitura della teoria della gravitazione. Ma avrebbe potuto evitarle entrambe, se avesse pubblicato e divulgato i propri risultati al momento giusto, invece di tenerli per sé e reclamare la propria priorità solo quando qualcuno li ritrovava indipendentemente.

Un giorno, quand'era ormai anziano, Newton raccontò a un amico come lui si vedeva, e questo racconto costituisce forse la conclusione più appropriata per la nostra storia.

Disse che, in realtà, dopo aver ottenuto tutti questi eccezionali risultati, ciascuno dei quali avrebbe fatto la fama di uno scienziato, si vedeva semplicemente come un bambino che sta sulla spiaggia in riva al mare. Un bambino che cerca sulla spiaggia dei sassolini e ogni tanto ne trova qualcuno più levigato di altri, con una forma un po' più bella. Ma di fronte a lui sta l'oceano della verità, completamente inesplorato.

Ecco, questa era la visione che Newton aveva di se stesso: un bambino di fronte al quale si estende la verità, che lui non potrà mai capire, ma solo scalfire.

APPROFONDIMENTI

Isaac Newton

Isaac Newton nacque a Woolsthorpe (contea di Lincoln) nel 1642, lo stesso anno in cui moriva Galileo. Studiò al Trinity College di Cambridge e nel 1669 succedette al suo maestro Isaac Barrow alla cattedra di matematica. In quegli anni scoprì il calcolo infinitesimale, a cui diede il nome di «calcolo delle flussioni», per una via diversa e autonoma da quella percorsa da Leibniz (geometrica anziché algebrica). Ciò diede luogo a una lunga disputa sulla priorità della scoperta. In realtà, gli studiosi hanno oggi mostrato come l'idea del calcolo infinitesimale fosse già presente nell'ambiente matematico della prima metà del Seicento; Newton e Leibniz ne sarebbero stati, pertanto, i sistematori piuttosto che gli inventori. Gli studi newtoniani sul calcolo infinitesimale sono esposti nel *Methodus fluxionum et seriarum infinitarum*, composto nel 1671, ma pubblicato soltanto postumo nel 1736.

Dopo essersi occupato per un certo periodo soprattutto di ottica (*Una nuova teoria sulla luce e sui colori*, 1672), Newton ritornò agli studi matematici per applicarli alle sue ricerche di fisica meccanica e di astronomia. Il risultato di questi studi fu il suo capolavoro – i *Principi matematici della filosofia naturale* (1687) – dove espose tra l'altro la teoria della gravitazione universale.

Eletto deputato al Parlamento come rappresentante dell'università, Newton iniziò nel 1689 una brillante carriera politica, accumulando incarichi politici e accademici (per esempio, la presidenza della Royal Society).

Dal 1690 la sua ricerca scientifica perse in originalità, anche in conseguenza di una malattia nervosa dalla quale non si riprese più completamente. Ciononostante, nel 1704 egli pubblicò l'importantissima *Ottica*, che raccolse i risultati di tutta la sua attività scientifica relativa a questa disciplina.

Morì nel 1727 e fu sepolto, con gli onori dovuti ai grandi, nell'abbazia di Westminster.

Nel fiore dell'età creativa

di Niccolò Guicciardini

«i grandi della Scienza» n. 2, supplemento a «Le Scienze» n. 356, aprile 1998, cap. III

La madre di Newton desiste presto dal proposito di fare di suo figlio un uomo dedito all'agricoltura e all'allevamento. Su consiglio di uno zio questo ragazzo solitario e studioso viene mandato a Cambridge. Newton entra al Trinity College nel 1661 come *subsizar*. I *subsizar* a Oxford venivano anche chiamati più semplicemente «servitori». Si trattava di studenti poveri che si guadagnavano la retta servendo a tavola gli altri studenti e rassettando le stanze. Non è certo tuttavia che Newton dovesse svolgere tali mansioni.

Gli studi nelle università inglesi sono ancora saldamente ancorati alla tradizione aristotelica. Newton è però attratto dalla nuova filosofia della natura. Ben presto comincia a leggere le opere di Cartesio. In particolare legge con attenzione la *Geometria*, un'opera matematica pubblicata nel 1637 in cui le curve vengono rappresentate per mezzo di equazioni. Inoltre legge le opere di Boyle, di Hobbes, di Wallis, il *Dialogo* di

Galileo, la *Physiologia* di Charleton (una versione dell'atomismo di Gassendi). In breve, Newton si forma come autodidatta una conoscenza piuttosto estesa di quanto di più nuovo il «mercato» della filosofia naturale ha da offrire. Queste letture, giova ripeterlo, non sono richieste dal *curriculum* universitario, ma sono intraprese per puro interesse personale.

Negli anni in cui Newton è studente a Cambridge (presto otterrà una *fellowship* e, nel 1669, la cattedra lucasiana di matematica) sono attivi un matematico, Isaac Barrow, e un filosofo, Henry More, che sicuramente, anche se in termini non del tutto chiari, esercitano una qualche influenza sulla sua formazione. More è un entusiasta propugnatore di Cartesio, ma legge l'opera del filosofo francese in un'ottica tutta particolare. Egli è infatti preoccupato dalle conseguenze materialistiche e ateistiche della filosofia meccanica e ritiene, all'interno di una prospettiva filosofica neoplatonica, che sia necessario aggiungere alla cosmologia delle particelle e degli impatti la presenza di principi attivi, introdotti nella natura da Dio. La natura non può essere ridotta a materia e moto: vi è un elemento attivo non materiale che rende la natura attiva e non meramente passiva. Come vedremo, anche Newton condividerà con More le stesse preoccupazioni teologiche nei confronti del cartesianesimo. Barrow ha invece un qualche ruolo nell'introdurre Newton alla conoscenza delle più raffinate tecniche matematiche. Vi sono forti analogie fra la matematica di Barrow e le prime opere matematiche di Newton. Inoltre sarà Barrow a cedere a Newton la cattedra lucasiana. Abbiamo quindi ragione di ritenere che, nei suoi primi studi di filosofia naturale e di matematica, Newton non sia stato completamente solo.

La solitudine arriverà nel 1665. Come se l'Inghilterra non fosse stata provata in misura sufficiente dall'instabilità politica, la peste imperversa fino a raggiungere Cambridge. L'università viene evacuata e Newton si ritrova in campagna, confinato per la maggior parte del tempo nella casa natale, circondato da persone che parlano di raccolti e di mucche. Il soggiorno forzato a Woolsthorpe fa parte della mitologia newtoniana: qui si sarebbe verificato l'episodio della mela. Si parla anche, riferendosi al 1665, di *annus mirabilis*. È effettivamente documentato dai manoscritti pervenutici che nel 1665 e nel 1666 Newton ottiene risultati di grandissima importanza in tre campi distinti: la matematica, l'ottica e la teoria della gravità. Quasi cinquant'anni più tardi Newton ricorderà con queste parole le proprie ricerche giovanili:

> All'inizio dell'anno 1665 trovai il Metodo di approssimazione delle serie e la Regola per ridurre un qualunque esponente di un Binomio qualsiasi a tali serie. Lo stesso anno in maggio trovai il metodo delle tangenti [...] e in novembre avevo il metodo diretto delle flussioni e l'anno successivo in gennaio la teoria dei colori e il maggio seguente possedevo il Metodo inverso delle flussioni. E nello stesso anno cominciai a pensare alla gravità che si estende all'orbita della Luna [...]. Tutto ciò avvenne nei due anni della peste del 1665 e 1666, poiché in quei giorni ero nel fiore dell'età creativa e attendevo alla Matematica e alla Filosofia più di quanto abbia mai fatto in seguito.

Questa ricostruzione autobiografica, espressa in termini sicuramente un po' enigmatici per il lettore, delle conquiste scientifiche ottenute nel «fiore dell'età creativa» è sostanzialmente corretta. Seguiremo la traccia fornita da Newton stesso, cercando di dare nei prossimi sottocapitoli una descrizione sommaria di queste conquiste.

Il metodo delle fluenti e delle flussioni

Per scalare una parete di sesto grado conviene avere un equipaggiamento leggero ma adeguato. Il giovane Newton ha letto poca matematica, ma ha letto quella giusta. Con un po' di approssimazione si può dire che egli costruisca tutto a partire da due testi: la *Geometria* di Cartesio, nell'edizione latina curata da Frans van Schooten, e l'*Arithmetica infinitorum*, «L'aritmetica degli infiniti», di John Wallis. Conviene dare un'occhiata a questi due testi.

Cartesio aveva mostrato, portando avanti un programma già iniziato da matematici quali François Viète, che due discipline a lungo pensate come indipendenti, l'algebra e la geometria, potevano essere concepite come due facce della stessa medaglia. In particolare nella *Geometria* le curve piane venivano viste, introdotto un sistema di coordinate cartesiano, come il luogo dei punti del piano le cui coordinate soddisfano una equazione del tipo $f(x, y) = 0$. Fino ad allora le curve piane venivano definite in termini geometrici, non algebrici.

Si pensi alla definizione geomerica dell'ellisse, data sopra, come luogo dei punti P tali che la somma delle distanze FP e $F'P$ è costante. Un'altra definizione geometrica dell'ellisse accettata dai geometri fin dall'antichità è la seguente: «La sezione di un cono circolare con un piano non passante per il vertice del cono rappresenta una curva che è un'ellisse, un'iperbole o una parabola. Se il piano secante interseca una sola falda del cono lungo una curva chiusa, questa curva è un'ellisse (un cerchio se l'asse del cono è ortogonale al piano secante); se il piano secante interseca una sola falda del cono e lungo una curva non chiusa, questa curva è una parabola (questo caso si dà solo se il piano ha inclinazione uguale a quella delle generatrici del cono); se il piano interseca le due falde del cono, la curva ottenuta è un'iperbole».

Questa definizione giustifica l'appellativo di *sezioni coniche* (o più semplicemente *coniche*) attribuito all'ellisse, al cerchio, alla parabola e all'iperbole. Le proprietà di queste curve erano state studiate dal grande matematico greco Apollonio. Lo studio delle coniche è stato dall'antichità fino all'epoca di Newton un capitolo fondamentale della geometria. Deve essere stato emozionante, per Keplero, e ancor più per Newton, scoprire che le sezioni coniche (un oggetto di studio per «matematici puri») sono scritte nel cielo nelle orbite dei pianeti!

Nella geometria cartesiana diventa possibile la seguente definizione algebrica di ellisse:

> Un'ellisse è il luogo dei punti le cui coordinate cartesiane soddisfano l'equazione:
>
> $$x^2/a^2+y^2/b^2-1=0$$

A questo punto diventa possibile studiare le proprietà dell'ellisse studiando la precedente equazione. Cartesio riteneva che il suo approccio alla geometria in termini algebrici avesse notevoli vantaggi rispetto all'approccio geometrico seguito da Apollonio in poi.

Cartesio riteneva però che ci si dovesse limitare a espressioni algebriche finite. L'equazione dell'ellisse è espressa in termini finiti: è composta infatti da tre termini. D'altronde è noto che molte grandezze geometriche, tipicamente molte aree racchiuse da curve (per esempio l'area del cerchio), non possono essere espresse in termini finiti. I matematici del Seicento, per estendere l'analisi cartesiana a casi che non si lasciano trattare in termini finiti, impararono a ricorrere a svariate tecniche. La più importante è costituita dalle *serie infinite*. Una serie infinita veniva spesso definita come una somma di infiniti addendi e veniva scritta nel modo seguente:

$$y = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + x^5/5 - \dots$$

dove i puntini stanno a indicare che la somma è... estesa all'infinito! Il fatto sorprendente è che alcune serie infinite, per alcuni valori di x, hanno una somma finita. Nel senso che, più si aggiungono termini, più ci si approssima al valore cercato. Al giorno d'oggi tutta la questione è definita dalla teoria dei limiti e della convergenza, elaborata sulla spinta delle ricerche del matematico francese Augustin-Louis Cauchy (1789-1857). All'epoca di Newton le serie infinite vengono usate in modo più intuitivo: si parla di serie e di convergenza nei termini un po' qualitativi visti sopra. Newton impara molto sulle serie infinite nell'opera di Wallis. Ed è generalizzando i risultati di Wallis che arriva a formulare la serie binomiale.

Questa formula consente di esprimere $(1 + x)^\alpha$, dove α può essere una frazione positiva o negativa, come serie di potenze di x. Ecco la formula di Newton:

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x^{\alpha-1} + (\alpha(\alpha - 1)/ 2)\, x^{\alpha-2} + \\ + (\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)/(3 \cdot 2))x^{\alpha-3} + \dots$$

Newton perviene alla serie binomiale attraverso un processo per tentativi ed errori. Pur non dubitando della correttezza di questa formula, Newton non arriverà mai a darne qualcosa che egli ritenga una vera e propria dimostrazione. In pratica egli utilizza quelle procedure di interpolazione che Wallis aveva battezzato come «induttive». Newton conosce la formula del binomio per esponenti α interi positivi e la estende in modo alquanto fortunoso a esponenti frazionari negativi e positivi. In un secondo tempo, la applica a casi di cui conosce la risposta attraverso metodi alternativi, verificando la coincidenza dei risultati ottenuti.

La formula del binomio consente a Newton di calcolare con facilità l'area sottesa a curve. Facciamo un esempio. I gesuiti Gregorio di San Vincenzo e Alphonse A. de Sarasa erano riusciti a dimostrare (interamente con metodi geometrici!) che l'area sottesa all'iperbole di equazione $y = (1 + x)^{-1}$ e sopra l'intervallo $[0, x]$ (o il negativo di quest'area se $-1 < x < 0$) è uguale al logaritmo naturale di $1 + x$ (che denotiamo con $ln(1 + x)$). Applicando il teorema del binomio Newton è in grado di dimostrare che:

$$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

A questo punto egli enuncia due regole:

Regola 1: Per calcolare l'area sottesa a una curva che ha equazione espressa da una serie infinita, occorre calcolare le aree Ai sottese alle curve espresse dai singoli termini della serie e, successivamente, sommare tutti gli Ai.

Regola 2: L'area sottesa alla curva di equazione $y = cx^{\alpha}$ e sopra l'intervallo $[0, x]$ è $cx^{\alpha+1}/(\alpha + 1)$.

Quindi l'area sottesa alla nostra iperbole sarà:

$$ln(1 + x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + x^5/5 - \dots$$

Il teorema del binomio e le due regole sopra esposte consentono quindi a Newton di calcolare l'area sottesa alle curve: uno dei principali problemi a cui si dedicavano i matematici della sua epoca.

I matematici contemporanei di Newton non si occupano solo di aree, ma anche di tangenti, raggi di curvatura (vale a dire: qual è il cerchio che approssima meglio una curva in un dato punto?), calcolo dei baricentri, rettificazione di curve. Subito dopo aver scoperto la serie binomiale, Newton realizza un fatto straordinario.

Il fatto straordinario scoperto da Newton

La maggior parte dei problemi affrontati dai contemporanei di Newton si può ridurre a due problemi fondamentali, l'uno inverso dell'altro. Il primo problema è: data una curva, determinarne la tangente. Il secondo problema è: data una curva, determinare l'area da essa sottesa.

Questo risultato è sicuramente una delle più grandi generalizzazioni della storia della matematica. Non si tratta della soluzione di *un* problema particolarmente difficile, ma della realizzazione del fatto che *intere classi* di problemi possono essere ridotte al calcolo di tangenti e di aree. Ancora oggi gli studenti liceali e universitari imparano a risolvere alcuni problemi col calcolo differenziale, altri problemi col calcolo integrale e sanno, infine, dal *teorema fondamentale del calcolo*, che differenziazione e integrazione sono operazioni inverse.

Newton perviene al teorema fondamentale grazie a una concezione cinematica delle grandezze geometriche. Egli concepisce le grandezze geometriche come generate da un moto continuo. Per esempio una curva è concepita come generata dal moto continuo di un punto. Le grandezze geometriche così generate vengono dette *fluenti*. Le loro velocità istantanee di accrescimento vengono dette *flussioni*. È necessario ora familiarizzarci con la notazione newtoniana.

Newton, dagli anni Novanta in poi, denota con le lettere x, y, z le fluenti e con $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ le flussioni. Inoltre indica con o un intervallo infinitamente piccolo di tempo. Così $\dot{x}o$ (il *momento* della fluente x) è l'incremento infinitamente piccolo della fluente x acquisito nell'intervallo infinitamente piccolo di tempo o ($\dot{x}o$ = velocità istantanea per tempo infinitamente piccolo).

Torniamo ora alla nostra curva. Come sappiamo, essa è generata dal moto continuo di un punto. Denotiamo con x e con y la proiezione sugli assi cartesiani del punto che traccia la curva. In questo modo abbiamo decomposto il moto del punto in due componenti, l'una parallela all'asse x, l'altra all'asse y. In un intervallo infinitamente piccolo di tempo o il punto si sposterà da P a P' Possiamo assumere che in questo intervallo di tempo il moto del punto sia rettilineo uniforme. Il moto accelerato del punto, se analizzato nelle sue componenti infinitamente piccole, è costituito da un numero infinito di moti rettilinei uniformi! Da P a P'> non abbiamo più una curva ma una traiettoria rettilinea (infinitamente piccola). Il triangolo rettangolo PP'M ha cateti uguali a $\dot{x}o$ e $\dot{y}o$ (essendo il moto rettilineo uniforme). L'inclinazione della tangente alla nostra curva è data dal rapporto fra i due cateti: $\dot{y}o/\dot{x}o = \dot{y}/\dot{x}$. Per calcolare la tangente a una curva di equazione $f(x, y) = 0$, dobbiamo quindi calcolare il rapporto fra le flussioni $\dot{y}$ e $\dot{x}$.

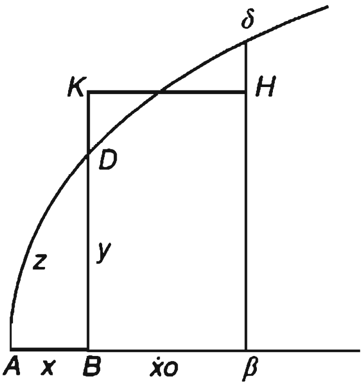
Prendiamo in considerazione ora il calcolo dell'area e mettiamolo in relazione con la concezione cinematica della grandezza. Data una curva, concepiamo l'area $z = ABD$ come generata dal moto continuo uniforme dell'ordinata BD. Supponiamo cioè che l'ordinata BD si sposti da sinistra a destra in modo tale che $x = AB$

«fluisca» con velocità costante. Qual è la flussione (il tasso di accrescimento) dell'area? Essa sarà ottenuta suddividendo il tempo in un numero infinitamente grande di intervalli o infinitamente piccoli. Il rapporto fra l'incremento dell'area acquisito in un intervallo infinitamente piccolo di tempo e $\dot{x}o$ è una misura della flussione dell'area. Infatti l'asse delle x risulterà suddiviso in un numero infinitamente grande di intervallini uguali $\dot{x}o = B\beta$. Il rapporto fra l'area $BD\delta\beta$ e $B\beta$ ci dice quanto «velocemente» cresce l'area ABD. Ora Newton afferma che deve esistere un BK maggiore di BD e inferiore a δ, tale che l'area curvilinea $BD\delta\beta$ sia uguale all'area rettilinea $BKH\beta$. Il rapporto fra l'area $BD\delta\beta$ e $B\beta$ sia quindi uguale a BK, che possiamo senz'altro uguagliare a BD (dato che $B\beta$ è infinitamente piccolo). La conclusione di tutto questo ragionamento è che la flussione $\dot{z}$ dell'area $z = ABD$ è uguale a $y = BD$. Altrimenti detto: se abbiamo una curva ($y = BD$ in funzione di $x = AB$), calcoliamo l'area sottesa alla curva $z = ABD$ e successivamente calcoliamo la flussione di z, ritorniamo ad avere $y = BD$ in funzione di $x = AB$.

Il teorema fondamentale in Newton

curva $\Rightarrow$ area sottesa alla curva $\Rightarrow$ flussione dell'area sottesa alla curva = curva

A che cosa serve il teorema fondamentale? Il fatto è questo: è piuttosto semplice trovare la tangente a una curva. È generalmente difficilissimo trovare l'area sottesa da una curva. Allora procediamo in questo modo. Costruiamo una tabella con due colonne. Prendiamo tante curve ed elenchiamo le loro equazioni nella colonna 1. Calcoliamo le loro tangenti ed elenchiamo le equazioni delle tangenti nella colonna 2. Per esempio, se nella colonna 1 abbiamo $z = x^n$, nella colonna 2 avremo $y = nx^{n-1}$. Per il teorema fondamentale abbiamo che le equazioni elencate in 1 sono le aree sottese alle curve di equazione elencata nella colonna 2. Per esempio, sappiamo che l'area sottesa a $y = nx^{n-1}$ è $z = x^n$. Così Newton compilerà le prime *tavole di integrali* (croce e delizia degli odierni studenti delle facoltà di scienze) della storia.



Ho detto sopra che «è piuttosto semplice» trovare la tangente a una curva: cioè passare dall'equazione $f(xy) = 0$ alla relazione $\dot y/\dot x$. Qual è l'algoritmo che consente a Newton questo passaggio? Ci serviamo di un esempio dato dallo stesso Newton. Egli considera l'equazione:

$$x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$$

e sostituisce $x + \dot x o$ al posto di x e $y + \dot y o$ al posto di y (sappiamo infatti che durante l'intervallino di tempo o mentre x fluisce fino a $x + \dot x o$, y fluisce fino a $y + \dot y o$). Ora il lettore sviluppi un po' di potenze. Cancellando poi $x^3 - ax^2 + axy - y^3$, in quanto uguale a zero, e dividendo per o, si ottiene un'equazione da cui Newton cancella i termini che hanno o come fattore. Infatti questi termini «non valgono nulla rispetto agli altri» poiché «si suppone che o sia infinitamente piccolo». Infine abbiamo che:

$$3\dot x x^2 - 2a\dot x x + a\dot x y + a\dot y x - 3\dot y y^2 = 0$$

Questo risultato, che ci dà la relazione $\dot{y}/\dot{x}$ richiesta, è ottenuto impiegando una regola di cancellazione degli infinitesimi (equivalente in notazione leibniziana a $x + dx = x$):

$$x + \dot{x}o = x$$

Newton sviluppa tutte queste idee nel giro di pochi mesi, prevalentemente durante l'isolamento causato dalla necessità di abbandonare Cambridge per l'infuriare della pestilenza. Newton è penetrato in un nuovo mondo, in un terreno sconosciuto ai matematici della sua epoca. Ha scoperto un metodo che gli consente di risolvere problemi del tutto al di là delle possibilità dei suoi contemporanei. Gli elementi essenziali di questo metodo che egli battezza *metodo delle serie e delle flussioni* sono: le serie infinite e il teorema del binomio, l'uso delle quantità infinitamente piccole (*momenti*), la concezione cinematica delle grandezze (*fluenti e flussioni*), la riduzione di problemi geometrici e cinematici ritenuti diversi fra loro a due classi (tangenti e aree), il teorema fondamentale. È il 1665 e Newton non pubblicherà quasi nulla di tutto questo fino al 1704!

Vale la pena infine sottolineare alcune differenze con le procedure a cui siamo abituati oggi. Si noti che Newton parla di «curve» e non di «funzioni». Il concetto astratto di funzione emergerà più tardi: la matematica del Seicento è saldamente ancorata all'interpretazione geometrica. Newton utilizza quantità infinitamente piccole e una regola di cancellazione laddove noi utilizzeremmo una procedura di passaggio al limite. Invece di utilizzare i concetti rigorosi di convergenza, esistenza e unicità, continuità, differenziabilità, Newton si affida all'intuizione della generazione «per moto continuo» delle grandezze.

Il prisma e il telescopio

Le circostanze che spingono Newton a occuparsi di luce e di colori non sono del tutto chiare. Resoconti un po' leggendari ci narrano come egli abbia acquistato un prisma nell'agosto del 1665 «alla fiera di Sturbridge [o Stourbridge] per provare qualche esperimento sul libro dei colori di Cartesio». È certo che sarà Cartesio, come nel caso della matematica, a ispirare Newton. (Nelle sue ricerche di ottica Newton farà riferimento anche alle opere di Charleton, Boyle e Hooke.) Egli si convincerà presto di come vi sia qualcosa di profondamente insoddisfacente nella teoria cartesiana della luce esposta nei *Principi della filosofia* e nella *Diottrica*. Cartesio concepiva la luce come una pressione esercitata dalle particelle minutissime di etere. Queste particelle hanno una tendenza a muoversi in linea retta e una tendenza a ruotare su se stesse. Quando la luce bianca, concepita quindi come un moto di sferette, viene riflessa o rifratta, le particelle possono acquisire un moto rotatorio addizionale: è questo moto addizionale che genera la sensazione del colore. La diversa tessitura della superficie di corpi differenti genera moti rotatori più o meno rapidi e, quindi, diversi colori. Quando un fascio di luce bianca investe un prisma, le particelle di luce che si trovano all'interno del fascio non vengono messe in rotazione. Le particelle più esterne, per una interazione con le particelle non appartenenti al fascio, vengono messe in rotazione. Così Cartesio osserva che un fascio di luce bianca rifratto da un prisma genera una macchia circolare bianca all'interno e colorata ai bordi (rosso-arancione da un lato, blu-violetto dall'altro).

Newton era al corrente di altre teorie della luce, come quella di Hooke, secondo le quali la luce sarebbe un impulso, una vibrazione o un «tremore» che si propaga in un mezzo. Anche secondo queste teorie, come per quella di Cartesio, *la luce bianca è semplice e i colori sono modificazioni della luce bianca.* Le teorie della luce basate su ipotesi come quella di Cartesio o di Hooke vengono quindi dette teorie *modificazioniste* della luce.

Dopo avere eseguito alcune rudimentali esperienze con il suo prisma, Newton passa a indagini più raffinate. Il fatto è che la maggior parte degli esperimenti con i prismi era stata eseguita raccogliendo l'immagine rifratta su uno schermo posto vicino al prisma. Newton invece, ispirato dall'opera di Boyle, oscura la sua stanza, pratica un forellino nella persiana di una finestra e proietta l'immagine su uno schermo posto a diversi metri di distanza. Egli riesce a osservare la formazione dello spettro: osserva un'immagine non circolare, ma allungata, dove sono in evidenza tutti i colori dell'iride. È probabile che già a questo punto sia balenata nella sua mente la seguente intuizione: *i colori non sono modificazioni della luce bianca. Al contrario, la luce bianca è composta dai colori. Il prisma non modifica la luce bianca, ma divide la luce bianca nelle sue componenti.*

Per verificare questa intuizione Newton pone dopo il prisma uno schermo con un forellino. Fa quindi passare un raggio blu, o rosso, o giallo dal forellino e pone dopo lo schermo un secondo prisma. Il secondo prisma non modifica il raggio colorato uscente dal forellino, ma lo rifrange lasciandolo immutato. Newton osserva inoltre che le diverse componenti della luce bianca sono caratterizzate da diversi rapporti fra l'angolo di incidenza e l'angolo di rifrazione: esso è più elevato per la luce blu, più piccolo per la rossa e intermedio per la gialla.

Newton esegue anche esperienze in cui rifocalizza in un punto i colori separati da un prisma, riottenendo così una macchia di luce bianca.

Una conseguenza pratica della teoria newtoniana riguarda la costruzione dei telescopi. Era da tempo noto che i telescopi costituiti da lenti sono soggetti a un difetto nella focalizzazione dell'immagine, difetto chiamato *aberrazione sferica.* Avviene che la luce che passa attraverso il centro della lente viene focalizzata in un punto più lontano rispetto alla luce passante per punti vicini al bordo. Per ovviare a questo difetto occorre usare lenti con una curvatura più piccola possibile. Ciò però aumenta la lunghezza focale e porta a costruire telescopi più lunghi. Un suggerimento, contenuto nella *Diottrica* di Cartesio, consisteva nel tentare di molare lenti non sferiche. Dopo aver elaborato la sua teoria dei colori Newton si convince che tutti questi tentativi sono destinati a fallire. Infatti le lenti sono affette da un altro difetto: l'*aberrazione cromatica.* Dato che le diverse componenti della luce bianca sono caratterizzate da diversi indici di rifrazione, una lente non può focalizzare nello stesso punto le diverse componenti di una sorgente bianca puntiforme. L'aberrazione cromatica è un effetto che riguarda la rifrazione, ma non la riflessione: i raggi di diverso colore vengono riflessi nello stesso modo. È per questo motivo che Newton idea e costruisce un telescopio a riflessione. Nel telescopio di Newton i raggi riflessi dallo specchio parabolico concavo cadono su uno specchio piano. L'immagine è vista attraverso l'oculare montato con l'asse perpendicolare all'asse del telescopio. I telescopi riflettori non erano una novità. Il matematico scozzese James Gregory ne aveva descritto uno nel 1663 (Newton si era ispirato a questo) ed esistevano progetti di Bonaventura Cavalieri, Marin Mersenne e Nicholas Cassegrain. Va osservato però che Newton sarà il primo a fornire una base teorica per l'insuccesso dei telescopi a rifrazione: egli affermerà che nessun sistema di lenti può evitare l'aberrazione cromatica. In questo si rivelerà troppo pessimista: a metà del Settecento i costruttori di strumenti ottici, come John Dollond, riusciranno infatti a evitare quasi del tutto l'aberrazione cromatica combinando vetri di diverso indice di rifrazione. Va infine osservato che, benché l'idea del telescopio a riflessione non sia una assoluta novità, Newton ha la priorità per quanto concerne la sua realizzazione pratica. I problemi da affrontare nella realizzazione del telescopio non erano semplici. In particolare Newton dimostra grandi capacità artigianali nella costruzione dello specchio. Newton è un abilissimo artigiano e tecnico di laboratorio. Molte sue esperienze di ottica sono difficilissime da ripetere. Newton costruisce il telescopio nel 1668 e poco tempo dopo ne dà notizia, e ne invia un esemplare alla Royal Society. Questo tipo di scoperta ben si accordava con i programmi pratici e sperimentali della Royal Society: Newton viene eletto *fellow* nel 1672.

Nel 1672 Newton pubblica sulle *Transactions of the Royal Society* un articolo in cui espone la sua teoria dei colori. Egli in questo lavoro chiama l'esperienza dei due prismi *experimentum crucis* (esperienza cruciale). Già Hooke, in una lezione tenuta alla Royal Society nel 1670, e nella sua *Micrographia* (1665), nella sezione relativa alla natura dei colori, aveva parlato, riferendosi a un'esperienza completamente differente, di *experimentum crucis.* Bacone nel *Novum Organum* (1620) utilizzava invece il termine *instantia crucis.* L'idea è che sia possibile allestire esperienze in grado di discriminare in modo netto fra due teorie. Newton, appunto, propone l'esperienza dei due prismi come un risultato sperimentale in grado di confutare le teorie modificazioniste dei colori e di provare la sua teoria.

Contrariamente a quanto Newton si aspetta, il suo articolo del 1672 non viene accettato. Anzi, è criticato sulla base di obiezioni che possiamo dividere in tre gruppi: 1) alcuni filosofi della natura, come Pardies e Linus, non riescono a replicare l'esperimento; 2) altri, come Hooke, non negano il risultato sperimentale, ma l'interpretazione che Newton ne dà; 3) altri, come Huygens, affermano che Newton ha colto un aspetto non interessante della luce: la diversa rifrangibilità.

Il problema è determinare, nel senso della filosofia meccanicista, quale sia la natura della luce. Le regolarità matematiche evidenziate da Newton servono a poco se non vengono seguite da ipotesi meccaniche sul comportamento della luce. Huygens ritiene che la luce abbia caratteristiche ondulatorie: che cosa ha da dire Newton al proposito?

Il dibattito sull'articolo del 1672 sarà, in alcuni punti, aspro. Da un punto di vista metodologico resta uno dei confronti più interessanti della storia della scienza. Tutti i contendenti hanno una parte di ragione, cosa che Newton non è certo disposto ad ammettere! Le obiezioni di tipo 1) trovano la loro giustificazione nel fatto che Newton aveva dato una descrizione troppo sommaria del suo esperimento. Inoltre la pretesa – accampata da uno sconosciuto studioso di Cambridge – di falsificare una teoria accettata per proporne una completamente differente sulla scorta di *una sola* esperienza non poteva che apparire provocatoria e poco credibile. I contemporanei di

Newton, fedeli agli insegnamenti di Bacone, ritengono che, prima di concludere qualcosa sulla natura, sia necessario raccogliere pazientemente un gran numero di esperienze. Una esperienza può mostrare la plausibilità di una interpretazione, ma altre esperienze possono far pendere il piatto della bilancia in un'altra direzione. Questa accortezza nel bilanciare prova contro prova è parte della deontologia professionale del buono, e *virtuoso* – come si dice in quell'epoca – filosofo della natura. Newton si discosta da questa pratica accettata. Questa è l'essenza delle critiche di tipo 2). Per esempio, Hooke fa notare che alcune esperienze, come quelle sulle lamine sottili, sembrano indicare che la luce sia un fenomeno dotato di periodicità: nella teoria di Newton questa caratteristica è assente. Anche l'obiezione 3) di Huygens è interessante. Il filosofo della natura olandese vuole spingere Newton sul piano dei modelli meccanicisti: qual è il peso del risultato di Newton nell'appoggiare un'ipotesi corpuscolare contro quella ondulatoria della luce?

In verità Newton sta faticosamente cercando di definire una propria innovativa metodologia. Egli cerca di distinguere il piano delle ipotesi sulla natura della luce (piano tipico dei filosofi meccanicisti) da quello sperimentale della scoperta di regolarità matematiche (indice di rifrazione diverso per le diverse componenti della luce bianca). Per esempio scrive:

> Poiché la scienza accurata di questi [i colori] sembra essere tra le più difficili che un filosofo possa desiderare; spero, quasi per esempio, di mostrare quanto la matematica valga in filosofia naturale; e quindi di esortare i geometri ad accingersi a un più stretto esame della natura, e gli amanti della scienza naturale ad appropriarsi prima della geometria: affinché i primi non sprechino totalmente il loro tempo in speculazioni in alcun modo utili alla vita umana, e i secondi a

> lungo impegnati con un metodo inadeguato, non perdano ogni loro speranza per sempre, ma affinché filosofando i geometri ed esercitando la geometria i filosofi, otteniamo, al posto di congetture e cose probabili, che si smerciano ovunque, una scienza della natura finalmente confermata con la più alta evidenza.

La posizione metodologica di Newton è oscura e non la si può certo proporre come una buona filosofia della scienza. Ma dobbiamo apprezzarne la novità. Siamo infatti abituati a considerare i fisici d'oggi come specialisti di una disciplina che coniuga esperimento e matematica. All'epoca in cui Newton scrive questo approccio è tutt'altro che generale. Molti filosofi della natura (soprattutto di stampo cartesiano) si dedicano alla costruzione di modelli qualitativi dei fenomeni naturali. In questa prospettiva meccanicista l'esperienza serve a orientare il filosofo fra vari modelli ipotetici sul mondo microfisico. Newton vuole invece andare alla ricerca, attraverso l'esperimento, di regolarità matematiche. Nel caso dell'*experimentum crucis*, queste regolarità ci dicono qualcosa sulle proprietà della luce (la luce bianca è composta, le sue componenti hanno indice di rifrazione determinato), ma queste proprietà devono essere tenute distinte da ipotesi sulla natura della luce. Il livello dei modelli microfisici ipotetici deve essere tenuto distinto da quello delle regolarità matematiche rivelate dall'esperienza.

Newton, quindi, non solo presenta un nuovo risultato sperimentale, ma lo interpreta alla luce di una nuova metodologia, sia pur abbozzata in modo alquanto fumoso. È come se egli volesse cambiare le regole del gioco della scienza, facendo entrare in campo quei geometri filosofici o quei filosofi geometri di cui si sentiva un pioniere. Le rimostranze degli altri filosofi naturali sono quindi comprensibili: è come se durante una partita a dama un giovane e sconosciuto giocatore di scacchi piazzasse, gridando «scacco matto!», un alfiere in campo fra le pedine dell'avversario.

La posizione metodologica di Newton non è proprio *candida e immacolata.* Di fatto egli lascia intendere come il suo *experimentum crucis* possa essere letto come una prova a favore della teoria corpuscolare della luce. Ed è questo suggerimento che provoca, giustamente, le rimostranze dei sostenitori della teoria ondulatoria. Nel 1672 Newton infatti suggerisce che la luce bianca sia una miscela di corpuscoli differenti che si propagano nello spazio come piccoli proiettili: a ciascun colore corrisponderebbero corpuscoli di natura differente. Newton suggerisce inoltre che la loro diversità stia nella diversa velocità. I corpuscoli che vengono percepiti dall'occhio come blu si sposterebbero più lentamente di quelli che generano la sensazione del rosso. Secondo Newton, quando i corpuscoli si avvicinano alla superficie di separazione fra il vetro e l'aria, vengono attratti in direzione normale alla superficie. La diversa velocità spiegherebbe come mai i corpuscoli caratteristici del colore rosso siano deflessi meno dei corpuscoli caratteristici del colore blu.

Nel 1675 Newton, pressato dalle critiche, presenta alla Royal Society un saggio intitolato *An hypothesis explaining the properties of light* nel quale si impegna a formulare esplicitamente una «ipotesi sulle proprietà della luce». Egli decide così di giocare al gioco dei suoi avversari. In questo saggio Newton sostiene che lo spazio è pervaso da un etere sottilissimo, una sorta di fluido elastico. Questo fluido si trova non solo nello spazio libero, ma pervade anche i pori dei «cristalli, del vetro e dell'acqua». Nello spazio libero è comunque più denso che nei cristalli. Nell'etere si propagano vibrazioni analoghe alle vibrazioni acustiche. La luce è costituita da un flusso di «corpuscoli di varia forma» che interagiscono con l'etere. In questa nuova ipotesi essi si muovono tutti alla stessa velocità. L'etere «rifrange la luce»: e cioè i corpuscoli tendono a deflettere verso zone dove l'etere è meno denso. I corpuscoli, inoltre, mettono in vibrazione l'etere e questa vibrazione trasmette ai corpuscoli delle proprietà periodiche. I fenomeni di interferenza osservati nelle lamine sottili (bolle di sapone, mica ecc.) da Hooke e altri sono spiegabili infatti attribuendo alla luce delle proprietà periodiche, cosa che è molto più semplice per i sostenitori della teoria ondulatoria.

Secondo Newton alla superficie della lamina sottile si verifica un fenomeno di rarefazione e condensazione periodica dell'etere. I corpuscoli, in prossimità della superficie, attraversano uno strato di etere che è o sufficientemente denso da rifletterli, o sufficientemente diradato da trasmetterli. Egli cerca così di salvare da un lato l'ipotesi corpuscolare della luce, dall'altro di fornire una spiegazione ai fenomeni di interferenza.

Nel saggio del 1675 l'ipotesi dell'etere viene applicata da Newton non solo ai fenomeni ottici, ma anche alla fisiologia della percezione e a fenomeni chimici, elettrici e magnetici. Newton si chiede anche se «l'attrazione gravitazionale della Terra» non possa essere causata dalla «condensazione di qualche altro simile spirito etereo». Egli specula quindi su una ipotesi meccanica sulla gravitazione.

Ipotesi sulla gravità

Il lettore sarà forse stupito nel vedere Newton sostenere nel 1675 una teoria della gravità così poco «newtoniana». Di fatto egli, fino agli anni Ottanta, non parlerà del moto dei pianeti come dovuto a una forza che agisce a distanza e diretta verso il Sole. Piuttosto egli guarderà con favore all'idea che la gravità sia dovuta all'azione per contatto di un qualche mezzo interplanetario. La leggenda della mela che avrebbe ispirato a un sonnolento filosofo la teoria della gravitazione universale è veramente inattendibile. Negli anni giovanili Newton perviene comunque a un risultato interessante relativo al moto dei pianeti e alla terza legge di Keplero.

Newton, in un manoscritto della fine degli anni Sessanta, suppone che le orbite dei pianeti siano circolari. Più precisamente, che i pianeti orbitino attorno al Sole descrivendo un moto circolare uniforme. Si deve tener conto che, anche se questa supposizione non corrisponde al vero, le orbite ellittiche dei pianeti hanno una piccola eccentricità e possono con buona approssimazione essere considerate circolari. La terza legge di Keplero, che Newton ha appreso leggendo l'*Astronomia Carolina* di Streete, ci dice allora che:

$$(\textit{periodo di rivoluzione})^2$$
$$\text{è proporzionale a}$$
$$(\textit{raggio dell'orbita})^3$$

Inoltre Newton ha appreso dai *Principi della filosofia* di Cartesio che un corpo posto in moto circolare uniforme (per esempio un sasso trattenuto da una fionda) è soggetto a due tendenze (*conati*). Una tendenza a muoversi lungo la tangente e una tendenza a «recedere dal centro». È solo negli anni Ottanta, e probabilmente grazie a un suggerimento di Hooke, che Newton, come vedremo, rifiuterà la teoria cartesiana del moto circolare. Negli anni 1665-66 Newton ottiene la seguente misura quantitativa di questa «tendenza a recedere dal centro» (che non ha più diritto di cittadinanza nei libri di fisica):

(*tendenza a recedere dal centro*)

è proporzionale a

(*velocità*)^2/(*raggio dell'orbita*)

Questa formula, ancora oggi usata come misura dell'accelerazione *centripeta* nel caso del moto circolare uniforme (o dell'accelerazione apparente centrifuga in un sistema di riferimento rotante non inerziale), viene scoperta indipendentemente da Huygens e pubblicata nel suo *Horologium oscillatorium* nel 1673. Come vedremo in seguito, Newton nei suoi scritti maturi eliminerà del tutto l'idea di un «conato centrifugo» associato al moto circolare uniforme. Il moto circolare uniforme nei *Principia* è visto come dovuto a una forza *centripeta* diretta verso il centro. A questa forza corrisponde, per la terza legge della dinamica, una forza uguale e contraria, che non deve però essere pensata come applicata al corpo in moto circolare uniforme, corpo su cui agisce una sola forza. Dato che:

velocità = 2π(*raggio dell'orbita*)/(*periodo di rivoluzione*)

combinando le due ultime formule si ottiene facilmente che:

(*tendenza a recedere dal centro*)

è proporzionale a

1/(*raggio dell'orbita*)^2

I pianeti, orbitanti di un moto circolare uniforme, sono soggetti a una «tendenza a recedere» dal Sole inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal Sole.

Se i pianeti sono soggetti a una «tendenza a recedere dal Sole», deve esserci una forza che, controbilanciando questa tendenza, li trattiene in un'orbita circolare (così ragiona il giovane Newton, ancora privo di una distinzione fra sistemi inerziali e non inerziali e ancora lontano dall'aver formulato la terza legge della dinamica). Dai manoscritti che sono pervenuti fino a noi sembra che Newton abbia supposto che questa forza, opposta alla forza centrifuga, fosse la gravità. Quest'ultimo punto non è chiaro. Newton non dice nulla sulla universalità e sull'estensione della gravità: che anch'essa vari con l'inverso del quadrato della distanza lo si può solo leggere fra le righe. Si noti che Newton non prende in considerazione le prime due leggi di Keplero. Inoltre egli parla di gravità non come di una forza che agisce a distanza, ma come di una forza dovuta a un qualche meccanismo, diverso da quello supposto da Cartesio, di impatto o di azione a contatto. Per esempio, nelle sue note all'*Astronomia Britannica* (1669) di Wing, egli afferma che le irregolarità dell'orbita della Luna sono dovute a una compressione fra il vortice di materia circumsolare (che causerebbe il moto della Terra) e il vortice circumterrestre (che causerebbe il moto della Luna).

Quello che possiamo concludere è che Newton ha ancora un'idea cartesiana del moto circolare uniforme e non ha ancora formulato la teoria della gravitazione universale. Se Halley avesse visitato Cambridge nei primi anni Settanta non avrebbe trovato una risposta alla sua domanda! Come risultati positivi ottenuti da Newton in questi studi giovanili abbiamo la legge «di Huygens» e un primo accenno a un collegamento fra una legge del tipo $1/r^2$ e le leggi di Keplero.

Niccolò Guicciardini, docente di storia della scienza presso l'università degli studi di Bergamo, è autore di tre monografie su Newton e la recezione del newtonianesimo. L'università di Gent gli ha conferito (2011-12) la medaglia Sarton per i suoi studi di storia della scienza.

Il rifiuto dei «Moderni»

di Niccolò Guicciardini

«i grandi della Scienza» n. 2, supplemento a «Le Scienze» n. 356, aprile 1998, cap. IV

Come abbiamo visto, negli *anni mirabiles* Newton costruisce le sue scoperte matematiche e sperimentali facendo riferimento a un ristretto gruppo di testi. Le sue letture giovanili lo mettono in contatto con quanto di più innovativo si può trovare sul mercato, con quella che oggi chiameremmo «ricerca di frontiera». Nel corso degli anni Settanta il suo atteggiamento muta radicalmente: egli sviluppa una profonda avversione per i «Moderni», per «gli uomini dei tempi recenti» e volge lo sguardo agli «Antichi». Nello stesso tempo gli interessi di Newton si allargano per includere l'alchimia, la teologia, l'interpretazione dei testi sacri e la cronologia delle antiche civiltà. Prima di dedicare la nostra attenzione a queste nuove ricerche conviene dire qualcosa sulle motivazioni che possono aver indotto un matematico e sperimentatore in grado di sopravanzare tutti i suoi contemporanei a interrogarsi sulla trasmutazione dei metalli, sulla presenza di uno «spirito vegetativo» attivo nella natura, sulla religione di Noè, sulle dinastie dei re dell'Egitto, della Mesopotamia e di Israele, sulla Cabala e le proporzioni del tempio di Salomone.

Va subito detto che questi interessi non sono una eccezione nella cultura in cui vive Newton. Al contrario, fanno parte di una tradizione che affonda le sue radici nel Rinascimento. La scoperta dei classici greci e latini aveva indotto la nascita di un mito sulla cultura letteraria, musicale, artistica, filosofica e scientifica delle antiche civiltà. Un'idea accettata da molti era che una cultura superiore, testimoniata dai testi, spesso frammentari, che via via venivano tradotti dal greco, dal latino e dall'arabo, fosse andata incontro a un periodo di decadenza e corruzione. Lo sforzo di molti uomini di cultura era dunque diretto a ripristinare le conoscenze in campo artistico e scientifico della civiltà degli «Antichi». In particolare, in campo scientifico e matematico, la scoperta e traduzione cinquecentesca dei testi di Lucrezio, della tradizione ermetica e, in campo matematico, di Archimede, Apollonio e Pappo, aveva avuto una risonanza notevolissima. Oggi siamo abituati a pensare allo scienziato come a un creatore di nuove teorie, visioni, metodi: siamo abituati a pensarlo come «innovatore». Newton fa ancora parte di quella cerchia di intellettuali rinascimentali che pensavano se stessi come «riscopritori» di antiche conoscenze.

Ritorno alla tradizione rinascimentale

Benché gli interessi che Newton sviluppa negli anni Settanta siano caratteristici della tradizione rinascimentale, le sue motivazioni sono specifiche del suo ambiente culturale. A Cambridge sono attivi pensatori come Henry More, Isaac Barrow e Ralph Cudworth, preoccupati delle conseguenze teologiche della nuova scienza, in particolare della scienza cartesiana. La nuova filosofia meccanicista ha infatti indotto alcuni (anche alcuni studenti di Cambridge) ad abbracciare tesi pericolose. In alcuni casi si arriva a negare l'esistenza di Dio, dato che il funzionamento della Macchina del Mondo seguirebbe le leggi matematicamente necessarie del moto. Oppure, Dio sarebbe il creatore di un universo che, dopo la creazione, non necessita più dell'intervento divino. Newton aborrisce queste tesi: egli è convinto che la Provvidenza divina si manifesti in ogni istante nel Creato e che sia una grave eresia negare o marginalizzare il ruolo dell'intervento di Dio, tanto nella natura quanto nella Storia. Come vedremo, le motivazioni che spingono Newton a rivedere la sua iniziale adesione alla filosofia dei «Moderni» sono prevalentemente di carattere teologico. Si ricordi che Newton vive in un periodo della storia europea e inglese segnato da guerre di religione, un periodo quindi in cui i problemi di carattere teologico sono vissuti con particolare intensità.

I primi interessi per l'alchimia risalgono all'incirca al 1668. Da allora, ininterrottamente per trent'anni, Newton leggerà e commenterà con segreta passione i testi della tradizione alchemica. Testi, come il *Theatrum chemicum* di Elias Ashmole o di Lazarus Zetzner, che oggi solo pochi specialisti conoscono, vengono trascritti, annotati, decifrati febbrilmente in quella stanza del Trinity College dove abbiamo lasciato Halley in conversazione con il suo illustre ospite. Newton si costruirà, sotto le sue finestre, anche un laboratorio dove eseguirà esperienze sulla trasmutazione dei metalli che descriverà in pagine e pagine scritte in un linguaggio arcano. Per mesi e mesi il fuoco della fornace del laboratorio newtoniano arde incessantemente: il professore lucasiano di matematica e il suo assistente si danno i turni di notte per riattizzare la fiamma. Che cosa si cercava nel laboratorio del Trinity College?

Newton è convinto che il mondo non possa essere spiegato solo in termini di collisioni e arrangiamenti fra corpuscoli. Quella che egli chiamerà nello scolio generale dei *Principia* la «cieca necessità metafisica» non può spiegare i processi di «vegetazione» e «fermentazione», di «corruzione» e «coesione». Quali processi sono coinvolti nella generazione di una pianta dal seme? Quali nella putrefazione e perdita di ordine di un organismo prima animato? Quali nel passaggio dalla volontà di muovere un braccio all'effettivo movimento del braccio? Che cosa induce un ordine e una finalità negli organismi viventi? Ma, per Newton, non solo il mondo della vita manifesta caratteristiche non riducibili al meccanicismo. Anche il mondo degli elementi chimici presenta fenomeni sorprendenti di trasformazione che rivelano la presenza di un agente vitale, che egli chiamerà uno «spirito vegetativo», uno «spirito mercuriale», una «virtù fermentativa», diffuso in tutto l'universo. È questo l'agente che permette a Dio di intervenire costantemente nel Mondo, organizzando e disorganizzando la materia secondo un piano provvidenziale. Nel suo laboratorio, nell'analisi e interpretazione dei testi ermetici e della magia naturale, Newton cerca di identificare le modalità di azione di Dio nella natura.

Newton, come tutti i suoi contemporanei, distingue chiaramente le sue ricerche alchemiche da quella che chiama «chimica volgare». L'alchimia è per lui una «disciplina più nobile» i cui risultati devono essere tenuti lontani dai non iniziati per non provocare un «immenso danno al mondo». In effetti Newton spera di poter «restaurare» parte delle conoscenze che gli Antichi avevano di un'entità spirituale attiva nel mondo. Senza questa entità spirituale, questo «spirito vegetativo» diffuso in tutto l'universo, non rimarrebbe altro che «terra morta e inattiva». Egli distingue nettamente fra quelle azioni che in natura sono «puramente meccaniche» e quelle che sono «vegetative». La «filosofia meccanica», potenzialmente pericolosa sotto il profilo teologico (come in Inghilterra era risultato chiaro dalla filosofia di Thomas Hobbes), coglie solo una piccola parte dei fenomeni naturali. Assumerla come spiegazione ultima non è quindi solo errato dal punto di vista del credente, ma anche dal punto di vista del filosofo della natura. Newton concentra la sua attenzione soprattutto sui metalli. Nella tradizione alchemica i metalli condividono con la materia vivente la capacità di trasformarsi in modi inspiegabili in termini meccanicisti. Le trasformazioni che i metalli subiscono nella fornace dell'alchimista sarebbero dovute a un processo simile alla fermentazione del lievito nel pane. Essi si accostano al mondo vegetale.

L'attività del Newton alchimista non è solo sperimentale. Vi è anche una importante componente di interpretazione e decifrazione dei testi. Newton si dedica a un lavoro di comparazione ed esegesi della letteratura alchimistica. Legge e studia estesamente le opere, oggi quasi del tutto sconosciute, di Michael Maier, Michael Sendivogius, «Eirenaeus Philalethes». È alla ricerca di un denominatore comune, di convergenze, di verità teologiche nascoste dietro la simbologia delle opere di magia e di alchimia. Quest'opera di decifrazione è condotta in gran segreto. Egli dà una grande importanza all'antichità delle fonti: più si risale nel passato, alla tradizione dei saggi egizi, caldei ed ebrei, più si hanno probabilità di risalire a quell'antica saggezza che si è andata corrompendo dal IV secolo d.C.

Newton biblista

Negli anni Settanta Newton comincia a occuparsi di due altri soggetti: la cronologia e l'interpretazione della Bibbia (in particolare del *Libro di Daniele* e dell'*Apocalisse*). Come la natura offre allo sguardo indagatore dell'alchimista la traccia dell'intervento finalizzante e ordinatore di Dio, così la Storia rivela il Suo intervento provvidenziale. Diviene così importante trovare una corrispondenza fra gli eventi storici e le profezie bibliche. La Bibbia appare a Newton un testo scritto in un codice che va decifrato, come i testi della tradizione ermetica. Nella sua mente si fa sempre più chiara l'idea che l'Anticristo sia la Chiesa cattolica e che un momento importante nel processo di corruzione della religione vera e originale, rivelata da Dio a Noè, sia il Concilio di Nicea del IV secolo d. C. Il dogma trinitario ivi affermato, contro Ario che riteneva la figura del Cristo inferiore all'unico Dio, è una grave forma di idolatria. Newton diventa, e resta per tutta la vita, un convinto *ariano* (o, come si dice nell'Inghilterra del Settecento, un unitariano), ovvero un sostenitore della unicità di Dio. Anche in questo Newton non fa eccezione. Sono molti gli ariani in questo periodo in Inghilterra e saranno molti gli ariani fra i seguaci di Newton ai primi del Settecento. Sono inoltre numerosi i pensatori che si interrogano sul ritorno di Cristo sulla Terra: le guerre di religione che hanno diviso la Cristianità non preludono forse a una fase di riscoperta della pura religione primitiva? Lo sforzo di Newton e di molti suoi contemporanei è di riscoprire questa religione, evidentemente perduta da chi ha versato sangue in nome di Dio. Il filosofo della natura deve contribuire a questo rinnovamento andando alla ricerca della presenza di Dio nella natura e nella Storia. L'approccio di Newton alla interpretazione delle profezie bibliche è vicino a quello adottato da Henry More e Joseph Mede, entrambi all'università di Cambridge. Newton però guarda alla Bibbia con l'occhio del matematico. L'Antico e il Nuovo Testamento abbondano di simbologia numerologica. Per esempio, Newton cercherà di determinare il significato delle combinazioni numeriche associate alle dimensioni del Tempio di Salomone. Oppure cercherà di determinare una cronologia delle dinastie degli antichi regni sfruttando le sue conoscenze di astronomia (cercherà di determinare la data esatta del viaggio degli Argonauti – un fatto ritenuto come storicamente avvenuto! – in base al fenomeno della precessione degli equinozi).

L'adesione all'arianesimo, sia pur tenuta segreta, creerà a Newton non pochi problemi di coscienza. Dopo la sua elezione a *fellow* del Trinity College, avvenuta nel 1667 al suo ritorno dal periodo di isolamento a Woolsthorpe, Newton si trova nella condizione di dover accettare entro sette anni l'ordinazione come membro della Chiesa anglicana. È questo un atto dovuto. Qualora Newton si rifiuti, perderebbe non solo la *fellowship*, ma anche la cattedra lucasiana di matematica ottenuta nel 1669. Dover aderire ufficialmente a una fede ritenuta sacrilega sarebbe inaccettabile per Newton. Ma a quanto pare, grazie a un suo potente protettore londinese, il professore lucasiano ottiene una dispensa reale dal prendere gli ordini. Ciò consente a Newton di rimanere a Cambridge. Più tardi però, divenuto un fedele servitore della Corona, Newton dovrà probabilmente venire a qualche compromesso con la Chiesa anglicana.

Ma quale idea della storia dell'umanità si è fatto Newton nel corso dei suoi approfonditi studi biblici? Egli è convinto che Dio abbia rivelato ai patriarchi e ai profeti, come Mosè, Noè e Daniele, un insieme di verità che riguardano non solo Dio e le sue relazioni col Creato, ma il Creato stesso. Gli antichi ebrei avrebbero posseduto conoscenze astronomiche e fisiche che Newton cerca di recuperare nella sua attività di filosofo della natura. In uno scritto degli anni Ottanta, intitolato *Le origini filosofiche della filosofia dei gentili*, egli associa esplicitamente l'idolatria, la Chiesa cattolica e l'adorazione di falsi re con una filosofia naturale geocentrica. A Noè e ai suoi figli era già stata rivelata da Dio la cosmologia eliocentrica che Copernico riscoprirà molte generazioni dopo. Ma questa saggezza si era persa a causa di falsi interpreti.

In questo contesto diventa importante per Newton riscrivere la cronologia della storia antica. Il suo obiettivo è ristabilire la priorità cronologica della tradizione ebraica e confutare quelle che egli ritiene delle false cronologie. False cronologie degli antichi regni che vorrebbero la civiltà ebraica posteriore a quelle egizie e mesopotamiche. La priorità cronologica spetta invece alla tradizione mosaica: è a Noè e Mosè che Dio ha rivelato la vera struttura del mondo. Newton sposa inoltre il mito secondo il quale Pitagora riceve gli elementi di questa sapienza da Mosco il Fenicio. Secondo questa tradizione, sostenuta anche da Ralph Cudworth, «Mosco» non sarebbe che un altro nome per «Mosè». Nella tradizione pitagorica vivrebbero quindi ancora alcuni elementi dell'antica sapienza: l'eliocentrismo e la cosmologia del vuoto e degli atomi. Negli anni Novanta, dopo la composizione dei *Principia*, Newton arriverà ad attribuire agli antichi saggi, istruiti dagli ebrei, la conoscenza delle leggi di ottica e di meccanica celeste che egli avrebbe semplicemente *riscoperto*. In altri manoscritti che Newton non pubblicherà, ma che verranno inclusi nella prefazione agli *Elementi di astronomia fisica e geometrica* (1702) di David Gregory, si afferma che gli Antichi erano a conoscenza del fatto che la gravitazione varia con l'inverso del quadrato della distanza.

La credenza in una saggezza originaria, in una *prisca sapientia*, è presente in molti contemporanei di Newton. Molti suoi allievi sposeranno questa tesi. D'altronde altri filosofi della natura dimostreranno un grande scetticismo nei confronti del mito della *prisca*. Si sa, per esempio, che Christiaan Huygens, fra i più grandi filosofi della natura della generazione successiva a quella di Galileo e precedente a quella di Newton, interrogato da Fatio de Duillier, un giovane allievo di Newton, sulla questione, risponde con garbata incredulità. Egli non pensa che quanto Newton ha scoperto fosse a conoscenza degli antichi geometri e astronomi!

Il mito degli Antichi

Dal punto di vista del nostro libro è interessante considerare un altro «mito» relativo agli Antichi che Newton coltiva negli anni Settanta. Si tratta del mito concernente le conoscenze matematiche degli antichi geometri.

Nel Cinquecento e Seicento vengono tradotte da manoscritti arabi e greci le opere matematiche dei grandi geometri dell'antichità. La «scoperta» del genio di matematici quali Archimede e Apollonio aveva avuto un enorme impatto sullo sviluppo della matematica europea. In particolare va segnalata la pubblicazione nel 1588 dei sette libri delle *Collectiones mathematicae*: una *summa*, compilata da Pappo nel IV secolo dopo Cristo, delle conoscenze geometriche raggiunte dalla scuola di Alessandria d'Egitto. Nel settimo libro Pappo accennava all'esistenza di un metodo utile alla «scoperta» dei teoremi. Questo metodo sarebbe stato noto ad Archimede e Apollonio e avrebbe permesso loro di estendere le conoscenze geometriche. Il metodo della scoperta, detto anche «metodo dell'analisi» o della «risoluzione», non risultava però nelle opere pubblicate. I teoremi, secondo quanto era dato capire dall'opera di Pappo, dopo essere stati «scoperti», venivano «dimostrati» seguendo un altro metodo, detto della «sintesi» o della «composizione». Questo secondo metodo era più rigoroso ed era quindi preferito nella presentazione pubblica dei risultati. Archimede e Apollonio avrebbero però posseduto un metodo non pubblico, meno rigoroso, ma più adatto all'«arte dell'invenzione». Gli accenni di Pappo al metodo dell'analisi avevano messo una gigantesca pulce nell'orecchio di tutti i matematici europei della fine del Cinquecento. Le scoperte dei matematici di Alessandria e della Magna Grecia erano state accolte come una manifestazione della superiorità della cultura greca. Quella superiorità che gli umanisti avevano già imparato a riconoscere nelle opere letterarie, filosofiche e artistiche della civiltà di Omero, dei tragici e lirici, di Fidia e Prassitele. Che cosa aveva consentito ai geometri greci di conseguire quei risultati? In molti si erano cimentati nell'impresa di riscoprire, o «divinare» come spesso si diceva, il metodo della scoperta degli «Antichi». In effetti esiste sempre una grande differenza fra le modalità con cui un teorema viene scoperto, modalità che constano di tentativi, errori e loro correzioni, e la forma in cui il teorema viene presentato. Sarà alla fine dell'Ottocento che il filologo danese Heiberg rinverrà, in un palinsesto bizantino, uno scritto di Archimede – intitolato *Il metodo* – in cui, appunto, si davano direttive sull'arte della scoperta. Ma i matematici contemporanei di Newton hanno in mano solo gli accenni di Pappo e si dedicano a un esercizio da *detective.* Cercano cioè di vedere il metodo della «risoluzione» dietro le righe delle dimostrazioni per «composizione» di Archimede e Apollonio e degli altri geometri greci.

Non tutti dimostrano una simile riverenza per gli Antichi. Cartesio riteneva di aver pubblicato con la sua *Géométrie* del 1637 un metodo della scoperta superiore a quello degli Antichi. Proprio nella *Géométrie* veniva proposta la soluzione di un problema enunciato nelle *Collectiones* di Pappo e che, secondo Cartesio, né Apollonio, né Archimede erano riusciti a risolvere. Il «problema di Pappo», detto anche «problema delle quattro linee», viene ridotto da Cartesio alla soluzione di un sistema di equazioni algebriche. Era l'applicazione dell'algebra alla geometria, propugnata da Cartesio, il nuovo metodo della scoperta che garantiva, secondo il filosofo francese, la superiorità dei Moderni sugli Antichi. Non importava dunque andare alla ricerca del metodo nascosto cui alludeva Pappo: Cartesio riteneva di aver aperto una strada nuova e più efficace.

Come sappiamo, negli anni Settanta Newton rifiuta la filosofia meccanicista cartesiana, ritenendola fonte di conseguenze teologicamente errate. Inoltre Newton si convince che la vera filosofia naturale non sia da cercare nelle opere dei suoi contemporanei, ma piuttosto nelle opere della antica tradizione alchemica e nei libri sacri. L'anticartesianesimo di Newton si esprime anche nella matematica. Egli a più riprese, dagli anni Settanta in poi, esprimerà la sua presa di distanza dalla «nuova analisi» cartesiana. Per esempio, riferendosi alla soluzione del problema di Pappo data da Cartesio, scrive:

> In verità il metodo degli Antichi è molto più elegante rispetto a quello cartesiano. Perché Cartesio ha raggiunto i suoi risultati per mezzo di un calcolo algebrico che, se trasposto in parole (seguendo la pratica degli Antichi nei loro scritti), si dimostrerebbe così tedioso e intricato da provocare la nausea. Ma essi raggiungevano [i risultati] per mezzo di alcune semplici proposizioni, giudicando che niente scritto in uno stile differente fosse degno di essere pubblicato, e di conseguenza nascondevano l'analisi per mezzo della quale avevano trovato le loro costruzioni.

In queste righe c'è un po' tutto Newton: l'ammirazione per gli «Antichi», il rifiuto di Cartesio, la convinzione che esista un'analisi «nascosta».

Newton si concentra proprio sul problema di Pappo: è impossibile – afferma – che Apollonio non ne potesse dare una soluzione, come pretendeva Cartesio. La soluzione geometrica (non algebrica, come quella della *Géométrie*) cui Newton perviene è geniale: anticipa molte idee di geometria proiettiva. Per noi Newton ha anticipato risultati che verranno codificati nell'Ottocento. Ma Newton ritiene di aver *riscoperto* la soluzione dei geometri classici. Questa soluzione egli la pubblicherà nella Sezione quinta del Libro primo dei *Principia*, aggiungendo che la sua dimostrazione è condotta «per mezzo della composizione geometrica, come richiedevano gli Antichi».

Newton è consapevole di andare contro corrente. In effetti, nella prima metà del Seicento, il numero di coloro che coltivano i nuovi metodi introdotti da Cartesio, Fermat, Pascal, Cavalieri, Torricelli, Wallis è in continuo aumento. I difensori dei metodi rigorosi degli antichi geometri, come l'allievo di Galileo Vincenzo Viviani, appaiono perdenti. Ma Newton afferma che «se gli uomini dei tempi recenti» hanno abbandonato il «metodo sintetico degli Antichi» tanto peggio per loro: «Se l'autorità dei nuovi Geometri è contro di noi, ciò non di meno è più grande l'autorità degli Antichi». Secondo la testimonianza del suo allievo Henry Pemberton: «Sir Isaac si professava un grande ammiratore del gusto e della forma di dimostrazione degli Antichi. Io l'ho anche sentito censurare se stesso per non seguirli ancora più da vicino, e gli ho sentito affermare con rincrescimento di essersi applicato all'inizio dei suoi studi alle opere di Des Cartes [Cartesio] e altri scrittori algebrici».

Così Newton dopo aver costruito le sue prime sensazionali scoperte matematiche a partire dai testi *à la page* di Cartesio e di Wallis, rifiuta quei metodi che egli etichetta come «nuova analisi». La presa di distanza di Newton dalle sue scoperte giovanili è un fenomeno realmente spettacolare, uguagliato solo dal rifiuto di Einstein di quella teoria quantistica che lo scienziato tedesco aveva contribuito a fondare. Newton aveva in mano una teoria, il metodo delle flussioni, equivalente al calcolo differenziale e integrale che Leibniz pubblicherà quasi due decenni più tardi. Aveva in mano una delle più grandi scoperte matematiche del Seicento. Ma da questo «stile» egli prende le distanze e non lo pubblica. Il calcolo delle flussioni verrà infatti pubblicato solo nel 1704.

La svolta metodologica degli anni Settanta ha probabilmente contribuito a indurre Newton alla non pubblicazione di un metodo simbolico che egli riteneva inferiore a quello geometrico degli Antichi. Newton rivelerà qualcosa del metodo delle serie e delle flussioni ai pochi amici che lo andavano a trovare, quasi in pellegrinaggio, a Cambridge. In una lettera a Leibniz del 1676 esporrà il contenuto del teorema fondamentale... ma lo farà celandolo dietro un anagramma indecifrabile! Infine si noti che Newton nel non pubblicare il metodo delle flussioni si comportava come quei geometri dell'antichità che avrebbero tenuta «nascosta» la loro analisi. La reticenza e la segretezza nei confronti del suo metodo giovanile è un atteggiamento per noi sconcertante ma, per Newton, consono alle strategie di pubblicazione degli antichi geometri. È probabile che nella mente di Newton i geometri di Alessandria e di Siracusa fossero equiparati a quei saggi, come Mosco, Pitagora e Numa Pompilio, che sarebbero stati in possesso di elementi della incorrotta vera religione e vera filosofia naturale. La matematica ha spesso avuto una connotazione mistica. Nei testi di alchimia e nei libri della Bibbia Newton va alla ricerca di una conoscenza perduta e rivelata solo agli iniziati. Analogamente, studiando i libri delle *Collectiones* di Pappo, Newton cerca di «divinare» il metodo nascosto degli Antichi.

Per quanto riguardale ricerche matematiche, Newton si dedica negli anni Settanta, Ottanta e Novanta a studi di geometria, che, come si diceva sopra, benché intesi da lui come una riscoperta, sono molto innovativi. Sarebbe però ecccessivo dire che egli abbandona completamente l'algebra e il calcolo delle flussioni. Per quanto concerne l'algebra, nel 1683 Newton deposita presso la biblioteca del Trinity College il testo delle sue lezioni lucasiane. Queste lezioni verranno pubblicate nel 1707 in un volume, intitolato *Arithmetica Universalis*, dedicato alla teoria delle equazioni algebriche. Si noti però che questo testo, dal carattere decisamente simbolico, si conclude con un'appendice dove le simpatie dell'autore per la geometria sono espresse eloquentemente:

> Le equazioni sono l'espressione del calcolo aritmetico e propriamente non hanno posto in geometria [...]. Le moltiplicazioni, le divisioni e altri calcoli del genere sono stati recentemente introdotti in geometria, avventatamente e contro i primi principi di quella scienza [...]. Quindi queste due scienze [l'aritmetica e la geometria] non dovrebbero essere confuse. Gli Antichi le tenevano distinte con tanta attenzione da non introdurre mai termini aritmetici in geometria. Mentre i Moderni, confondendo l'una con l'altra, hanno perso la semplicità in cui consiste tutta l'eleganza della geometria.

Anche il metodo delle flussioni occupa il professore lucasiano. Newton si dedica a una riscrittura del suo metodo giovanile in chiave geometrica. Egli distingue fra un metodo *analitico* e un metodo *sintetico* delle flussioni. Il primo è quel metodo simbolico, nel quale vengono impiegate quantità infinitamente piccole, che abbiamo descritto precedentemente. Il secondo viene abbozzato nel 1671 e sviluppato in un manoscritto composto attorno al 1680 e intitolato *Geometria curvilinea.* Nel metodo sintetico le fluenti non sono rappresentate da simboli algebrici: Newton si riferisce direttamente a figure geometriche. Queste figure non sono «statiche», ma devono essere concepite come generate da un «flusso continuo». Il problema centrale del metodo sintetico consiste nel determinare l'*ultimo rapporto fra le quantità evanescenti.* Vedremo qui sotto di che si tratta. Qui giova dire che gran parte delle idee sviluppate nella *Geometria curvilinea* verranno ripresentate nella Sezione prima del Libro primo dei *Principia*, intitolata «Sul metodo dei primi e ultimi rapporti, per mezzo del quale tutto quanto segue è dimostrato», cui ora ci volgiamo.

In questa sezione dei *Principia* leggiamo in primo luogo una chiara presa di distanza rispetto all'uso degli infinitesimi (un uso che aveva consentito a Newton, nel periodo di isolamento a Woolsthorpe, di fare passi da gigante):

> Perciò se nel seguito mi capiterà di considerare le quantità come costituite da particelle determinate, o mi capiterà di prendere segmenti curvilinei come retti, vorrò significare non particelle indivisibili ma divisibili evanescenti, non somme e rapporti di parti determinate, ma sempre limiti di somme e rapporti; e la forza di tali dimostrazioni si richiamerà sempre al metodo dei lemmi precedenti.

Newton basa il suo metodo sul seguente lemma:

> Le quantità, come anche i rapporti fra le quantità, che costantemente tendono all'eguaglianza in un qualsiasi tempo finito, e prima della fine di quel tempo si accostano l'una all'altra più di una qualsiasi differenza data, divengono infine uguali.

La prova ***ad absurdum*** è la seguente:

> Se si nega questo, da ultimo saranno diseguali, e D sarà la loro differenza ultima. Di conseguenza non potranno accostarsi all'uguaglianza più della differenza data D. Il che è contro l'ipotesi.

Tutto ciò può ricordare al lettore il metodo dei limiti di Cauchy che si studia nelle scuole ai nostri giorni. Occorre però fare molta attenzione a non proiettare nel passato le conoscenze di cui *oggi* siamo in possesso. La teoria newtoniana dei primi e ultimi rapporti è riferita a un modello geometrico piuttosto che a un modello numerico, come avviene in quella moderna dei limiti. Gli esempi che seguono chiariranno questo punto.

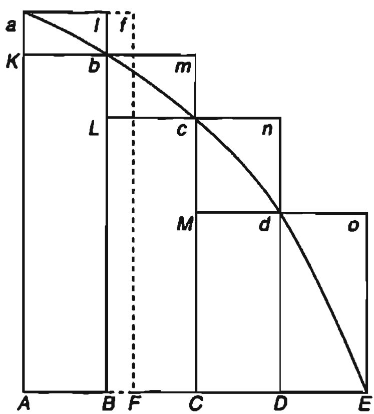
Un tipico problema che occorre nei *Principia* è la determinazione del limite a cui tende il rapporto fra due grandezze geometriche «fluenti» quando esse «svaniscono» simultaneamente (Newton usa l'espressione «il limite del rapporto fra due grandezze evanescenti»: da qui deriva la denominazione «metodo dei primi e ultimi rapporti»). Per esempio Newton mostra che:

> L'ultimo rapporto formato fra due delle grandezze evanescenti seguenti, l'arco [ACB], la corda [AB] e la tangente [AD], è uguale a 1.

Per dare al lettore un'idea del metodo delle prime e ultime ragioni seguiamo a questo punto un po' in dettaglio la dimostrazione di questo enunciato. La dimostrazione presenta la seguente struttura. Consideriamo due «fluenti» *X* e *Y* che «svaniscono» contemporaneamente quando *A* e *B* «coincidono». Come possiamo determinare il rapporto *X/Y* quando *A* coincide con *B*? Newton costruisce due quantità *x* e *y*, che restano sempre finite, tali che *X/Y* = *x/y*. Se *B* tende ad *A*, il rapporto *X/Y* tende a 0/0 (un rapporto indeterminato, dato che qualunque numero moltiplicato per zero dà zero). Ma il rapporto *x/y* tende a un valore finito, che deve essere considerato il limite di *X/Y* per *B* che tende ad *A*. Nel nostro caso Newton procede come segue:

> Infatti, mentre il punto *B* si avvicina al punto *A*, si supponga sempre che *AB* e *AD* siano prolungati fino ai punti lontani *b* e *d*, e si tracci *bd* parallela alla secante *BD*. Sia l'arco *Acb* sempre simile all'arco *ACB*. Quindi, supponendo che i punti *A* e *B* vengano a coincidere, si avrà [...] che l'angolo *dAb* svanirà; e allora le rette sempre finite *Ab* e *Ad*, e l'arco intermedio *Acb*, coincideranno, e quindi saranno uguali. Per la qual cosa le rette *AB* e *AD*, e l'arco intermedio *ACB*, sempre proporzionali ai precedenti svaniranno, e avranno come ultimo rapporto l'uguaglianza.

In un altro lemma della Sezione prima Newton mostra che l'area curvilinea *AabcdE* (si veda l'illustrazione seguente) può essere approssimata come limite delle aree rettilinee circoscritte *AalbmcndoE* e inscritte *AKbLcMdD*. Ciascuna area rettilinea consta di un numero finito di rettangoli dalle basi uguali *AB*, *BC*, *CD* ecc. La dimostrazione è magistrale e la sua struttura è ancora mantenuta



nei nostri libri di testo nella definizione dell'integrale di Riemann. Consiste nel mostrare che la differenza fra le aree delle figure circoscritte e inscritte tende a zero, se il numero dei rettangoli è «aumentato all'infinito». Infatti questa differenza è uguale al rettangolo *ABla* che, «*in quanto la sua larghezza* AB *è supposta diminuita* in infinitum, *diventa minore di qualunque rettangolo dato*».

Si noti come nei due enunciati che abbiamo appena considerati Newton fornisca una dimostrazione di due assunzioni abitualmente poste dai fautori della «nuova analisi» (e dallo stesso Newton nei suoi scritti giovanili!). Si era soliti assumere che una curva potesse essere concepita come una poligonale con infiniti lati infinitamente piccoli e che un'area curvilinea potesse essere concepita come composta da un numero infinito di aree rettilinee infinitesime. Secondo Newton il metodo delle prime e ultime ragioni (ovvero il metodo sintetico delle flussioni) fornisce una base rigorosa a queste assunzioni della «nuova analisi». Nella *Geometria curvilinea* e nei *Principia* le curve sono lisce, le aree curvilinee non sono risolte in elementi infinitesimi. Inoltre, nel metodo sintetico delle flussioni si lavora sempre con grandezze finite e con limiti di rapporti fra grandezze finite.

Avendo bandito gli infinitesimi dalle sue tecniche dimostrative in favore dei limiti, Newton deve giustificare i limiti stessi. In termini moderni egli dovrebbe fornire delle condizioni di esistenza e unicità. Newton, per rispondere a questa esigenza, ricorre all'intuizione geometrica e cinematica. Egli scrive:

> Si obietta che non esiste l'ultimo rapporto di quantità evanescenti, in quanto esso, prima che le quantità siano svanite non è l'ultimo, e allorché sono svanite non c'è affatto. Ma con lo stesso ragionamento si potrebbe giustamente sostenere che non esiste la velocità ultima di un corpo che giunga in un certo luogo, dove il moto finisce. La velocità, infatti, prima che un corpo giunga nel luogo non è l'ultima, e quando vi giunge non c'è. La risposta è facile: per velocità ultima si intende quella con la quale il corpo si muove, non prima di giungere al luogo ultimo nel quale il moto cessa, né dopo, ma proprio nel momento in cui vi giunge.

Le procedure di passaggio al limite sono così giustificate facendo riferimento alla nostra intuizione della continuità del moto. È evidente – dice Newton – che un «corpo» in moto possiede una velocità a ogni istante. Come ha senso parlare dell'ultima velocità di un corpo (quella posseduta nell'istante in cui il corpo si arresta) così ha senso parlare dell'ultimo rapporto posseduto dalle quantità fluenti nell'istante in cui svaniscono contemporaneamente.

Questa ultima citazione newtoniana ci consente di introdurre un altro tema di grande importanza: vale a dire il rilievo dato da Newton al fatto che nel metodo sintetico delle flussioni ci si riferisce a oggetti che hanno un'«esistenza». Abbiamo già insistito sul fatto che il metodo sintetico agli occhi di Newton appariva più consono ai metodi degli Antichi. Egli insisterà in più luoghi su questo concetto. Ma il metodo sintetico ha anche un altro vantaggio rispetto a quello analitico.

Nella «nuova analisi» compaiono simboli a cui è arduo assegnare un significato oggettivo. La natura degli «infinitesimi» è incerta: sono grandezze diverse da zero ma che sommate a una grandezza finita non la modificano (si ricordi la regola di cancellazione degli infinitesimi esposta a pagina 46). Come vedremo nel prossimo capitolo, Newton insisterà molto sulla mancanza di significato della matematica dei «Moderni». Il metodo sintetico è invece ancorato all'interpretazione geometrica: vi è sempre un riferimento oggettivo. Le grandezze di cui si parla sono sempre grandezze geometriche che fluiscono con continuità: queste grandezze possono sempre essere esibite. Le procedure di passaggio al limite sono fondate sulla nostra intuizione del moto continuo, mentre le procedure di «cancellazione degli infinitesimi» ($x + dx = x$) sembrano più che altro dei trucchi da prestigiatore. Concludiamo con una significativa citazione. Nel caratterizzare il suo metodo sintetico Newton scriverà:

> Le genesi [delle grandezze fluenti] hanno un'esistenza in Geometria e in Rerum Natura.

Vediamo qui sintetizzati due valori che guideranno Newton nella sua opera matematica dagli anni Settanta in poi: garantire una continuità con la tradizione geometrica degli Antichi e garantire un riferimento oggettivo ai concetti e alle procedure utilizzate. I *Principia*, cui dedichiamo il prossimo capitolo, sono scritti appunto in questo stile matematico. Uno stile che Newton aveva sviluppato negli anni Settanta e portato a compimento nella *Geometria curvilinea* del 1680.

I fondamenti dei «Principia»

di Niccolò Guicciardini

«i grandi della Scienza» n. 2, supplemento a «Le Scienze» n. 356, aprile 1998, cap. V

Nel novembre del 1684 Halley riceve un breve manoscritto contenente la risposta alla domanda posta da Wren. Halley ne è entusiasta. Ne riferisce ai soci della Royal Society e, contemporaneamente, sprona Newton a sviluppare quelle idee. Newton si lascia contagiare da quell'entusiasmo e si mette al lavoro con una intensità che lascia sbalordito il suo assistente. Lavora senza sosta. Spesso scrive in piedi, chino sul tavolo: anche il tempo per trovare una sedia o mangiare un boccone gli sembra sprecato! Notti insonni e pasti saltati. Ma nell'estate del 1687 il classico che era destinato a cambiare la scienza è in stampa. In quei tre anni Halley ha ricevuto da Newton 460 pagine manoscritte fitte di argomentazioni matematiche, diagrammi, risultati sperimentali, osservazioni astronomiche. Halley ha letto, corretto e commentato pazientemente ciascuna riga. Ha anche provveduto a mantenere i contatti con la Royal Society, sotto i cui auspici i *Principia* vengono pubblicati, e con lo stampatore. Come se non bastasse, Halley, pur non essendo in condizioni economiche rosee, finanzia l'intera pubblicazione. Senza il suo entusiasmo e la sua determinazione i *Principia* non avrebbero visto la luce.

Il contributo di Halley consiste anche nel mediare fra Newton e gli altri soci della Royal Society. In primo luogo vi è da tener conto della suscettibilità di Hooke, l'influente curatore degli esperimenti della società, il quale ritiene che Newton debba riconoscergli un qualche contributo nella scoperta della gravitazione universale. O di John Wallis, che ha ottenuto risultati simili, ma meno generali di quelli di Newton, sul moto in mezzi resistenti. In secondo luogo si tratta di fare accettare alla Royal Society un'opera che ne rappresentava solo in parte gli ideali. Newton presenta un'opera difficile da leggere, che pochi fra i soci della società possono avvicinare. In quest'opera gli accenni a qualche applicazione delle proposizioni matematiche ivi contenute utile per l'umanità sono sporadici. La raccolta di evidenze sperimentali è ben magra cosa se confrontata alle opere di Hooke o di Boyle. Si tratta di un'opera divisa in tre libri. I primi due sono prevalentemente di matematica. Una matematica applicata al moto dei corpi nel vuoto (Libro primo) e nei mezzi resistenti come l'aria o l'acqua (Libro secondo). Nel Libro terzo si tratta del «Sistema del Mondo»: è qui che Newton presenta la sua cosmologia basata sull'idea che i pianeti si muovano nello spazio vuoto, attratti verso il Sole da una forza inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Le modalità d'azione di questa forza sono misteriose: sulle sue cause Newton non si pronuncia. Si aggiunga che i *Principia* sono scritti malissimo. Newton, lavorando con furore inventivo, ha prodotto un lavoro circonvoluto, pieno di imprecisioni terminologiche e di lacune. Chiunque abbia fatto un tentativo serio di leggere i *Principia* sa quanti sono i casi in cui occorre leggere un corollario prima del relativo teorema, quanti sono i punti in cui Newton lascia al lettore, perché «facile», la dimostrazione di un enunciato che proprio «facile» non è! Si dice che uno studente di Cambridge, vedendo passare Newton, avesse esclamato: «Ecco un uomo che ha scritto un libro che né lui né nessun altro riesce a capire!». Insomma, a prima vista non sembra proprio che l'opera finanziata da Halley abbia qualche possibilità di diventare un best-seller.

Halley presenta l'opera di Newton mettendo l'accento sulle sue applicazioni alla scienza della navigazione. Spiega Halley che nell'opera di Newton è compresa una teoria matematica che consente di prevedere il moto delle maree, di determinare la longitudine grazie a osservazioni astronomiche e, perfino, arriva a escogitare un apparecchio, basato su una proposizione del Libro secondo, in grado di determinare la velocità delle navi. Queste valutazioni ottimistiche di Halley sono premature: le applicazioni che egli propaganda verranno ottenute su basi gettate da Newton, ma molti decenni più tardi. In definitiva, nonostante il lodevole sforzo di Halley, i *Principia* rimangono un corpo estraneo alla Royal Society, i cui membri fanno proprio l'ideale baconiano di una filosofia sperimentale utile all'umanità. L'importanza dell'opera newtoniana viene però immediatamente riconosciuta, anche da gran parte dei suoi critici.

Si accennava sopra a come Hooke avanzasse pretese di priorità. Conviene partire da qui, da queste pretese non del tutto infondate. Nel 1679 Hooke si era rivolto a

Newton per proporgli una sua ipotesi sul moto dei pianeti. Una ipotesi cui egli era giunto in collaborazione con Wren e che era stata formulata all'interno di quella visione cosmologica che abbiamo già etichettato come «filosofia magnetica». Egli riteneva che i pianeti si muovessero in uno spazio vuoto, privo di resistenza, e che su essi si esercitasse una forza diretta verso il Sole. Senza questa forza attrattiva i pianeti si sarebbero mossi in linea retta, secondo la legge di inerzia. Dal carteggio fra Hooke e Newton trapela come questa ipotesi abbia colto il professore lucasiano del tutto impreparato. Come sappiamo, fino ad allora Newton aveva pensato il moto dei pianeti in termini meccanicisti: il moto di rivoluzione attorno al Sole genererebbe un conato centrifugo (una tendenza ad allontanarsi dal centro) controbilanciato da una forza diretta verso il Sole. Questa forza sarebbe generata da una sostanza presente nello spazio interplanetario e che, con qualche meccanismo di impatto sui pianeti, li spinge verso il Sole. È certo che il carteggio con Hooke squarcia un velo davanti agli occhi di Newton consentendogli di vedere molto lontano. Dall'evidenza documentaria a disposizione degli storici non è chiaro però fino a che punto Newton si fosse spinto nel 1679. Secondo alcuni egli sarebbe già giunto a quella soluzione, a quel manoscritto smarrito in un cassetto del suo studio, di cui avrebbe accennato ad Halley nel 1684. Secondo altri le cose non stanno così. Va detto comunque che, benché a Hooke spetti il merito di aver distolto Newton dal suo paradigma cartesiano, non gli spetta il merito di aver fornito un modello matematico del nuovo paradigma. Una cosa è avanzare una ipotesi qualitativa (i pianeti si muovono nel vuoto, e su di essi si esercita una forza diretta verso il

Sole che li devia dalla loro traiettoria inerziale rettilinea), un'altra è darne una trattazione matematica.

Le leggi

I *Principia* sono fondati su tre «assiomi o leggi del moto». Eccoli:

1) Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.

2) Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa.

3) A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Newton illustra la prima legge con tre esempi: il moto dei proiettili, il moto delle trottole e il moto di rotazione sull'asse dei pianeti. Il primo esempio è un classico e non ci stupisce: un proiettile, dopo essere stato lanciato, si muove di moto rettilineo uniforme se su di esso non agiscono forze di nessun genere (attrito, gravità ecc.). Il secondo e il terzo non ce li aspetteremmo proprio! Effettivamente un corpo rigido posto in rotazione, in assenza di attriti o altre forze (più precisamente in assenza di un momento delle forze esterne rispetto all'asse di rotazione), conserva la velocità di rotazione: ma ciò non ha che fare con la legge di inerzia (conservazione della quantità di moto *mv*), bensì con la conservazione del momento angolare (o momento della quantità di moto). Newton non distingue queste due leggi. Si dovrà attendere la metà del secolo successivo per avere una teoria, prevalentemente dovuta al grande matematico svizzero

Leonhard Euler, del moto dei corpi rigidi. Newton non riteneva di essere lo scopritore della legge di inerzia. Effettivamente la si trova già nei *Principi della filosofia* (1644) di Cartesio. Newton la attribuisce a Galileo (il che è discutibile). Inoltre in un manoscritto dichiara che la legge di inerzia era conosciuta da Anassagora, Aristotele e Lucrezio.

L'enunciato della seconda legge è altrettanto sorprendente. La forza è detta proporzionale al «cambiamento [della quantità] di moto» ($m\Delta v$). Non vi è alcun riferimento al tempo. Non sapremmo quindi se «tradurre» in simboli questa legge come:

$$F = ma$$

o come:

$$F = m\Delta v$$

La prima traduzione mette in risalto il carattere continuo della forza. La seconda si applica a una forza impulsiva, a un cambiamento istantaneo della velocità. Effettivamente nei *Principia* convivono i due modelli. A volte la forza è rappresentata come una azione continua che, esercitata su un corpo, ne devia il moto rettilineo inerziale lungo una traiettoria liscia. A volte la forza è rappresentata come una serie di impulsi esercitati a intervalli uguali e infinitesimi di tempo. In questo secondo caso ne risulta una traiettoria poligonale: ciascun lato infinitesimo della poligonale è un cammino rettilineo inerziale. Si noti comunque che nella Proposizione 24 del Libro secondo troviamo la seguente «spiegazione» della seconda legge:

> La velocità che una data forza può generare in una data materia durante un tempo dato sta come la forza e il tempo direttamente, e come la materia inversamente. Quanto mag-

> giore è la forza o più lungo il tempo, o minore è la quantità di materia, tanto maggiore sarà la velocità generata. Ciò che è manifesto per la seconda legge del moto.

Non c'è dubbio quindi che Newton comprendesse bene tutti gli aspetti concettuali coinvolti in $F = ma$. Si sostituisca dv a «velocità generata», F a «forza», m a materia e dt a «tempo dato» e si otterrà $F = ma$. Ma Newton era in grado di dare una versione simbolica della seconda legge? Resta infatti sorprendente che i *Principia* non si aprano con una espressione simbolica della cosiddetta «seconda legge di Newton»: $F = ma$.

Su questa assenza di $F = ma$ dai *Principia* si rendono necessarie due precisazioni:

1) Newton scrive i *Principia* in una forma geometrica. Egli non usa esplicitamente il calcolo delle flussioni e quindi *non può* scrivere una equazione del moto del tipo $F = ma$. La scelta di utilizzare il linguaggio geometrico non dipende solo dai motivi metodologici visti in precedenza. Bisogna anche tener conto delle competenze dei lettori cui Newton si rivolgeva. Essi non avrebbero potuto comprendere una *nuova* fisica espressa in un *nuovo* linguaggio matematico. Sarebbe stato pretendere troppo! Lo stile geometrico era più consono alla preparazione dei filosofi della natura del Seicento.

2) In alcuni punti dei *Principia* Newton si riferisce in modo alquanto obliquo alla possibilità di tradurre certe proposizioni in termini di calcolo delle flussioni. Da manoscritti degli anni Novanta e dalla corrispondenza con i suoi allievi è dato evincere che Newton era in grado di scrivere $F = m\ddot{x}$, dove $\ddot{x}$ è la flussione seconda (in termini leibniziani la derivata seconda in funzione del tempo) dello spostamento, e di applicare questa equazione allo studio del moto in un campo di forze centrali.

Per quanto riguarda la terza legge, Newton è consapevole della sua novità. Il fatto che a ogni forza ne corrisponde una uguale e contraria è essenziale per comprendere il Sistema del Mondo newtoniano. I sostenitori della filosofia magnetica avevano detto che il Sole esercita una forza sui pianeti (questa l'ipotesi di Hooke). Newton ci dice che a questa forza del Sole su un qualsivoglia pianeta ne deve corrispondere una uguale e contraria del pianeta sul Sole. Il Sole non può quindi essere considerato come un corpo immobile che esercita la sua azione sulla Terra. Anche il Sole subisce una accelerazione causata dall'azione della Terra. È solo la maggiore massa del Sole rispetto a quella della Terra e degli altri pianeti a far sì che esso possa essere considerato, con una certa approssimazione, come «immobile».

Spazio e tempo assoluti

In uno scolio alle definizioni dei concetti base della dinamica (massa, quantità di moto, forza insita, impressa, centripeta ecc.) Newton introduce i concetti di tempo e spazio assoluti. Il «tempo assoluto, vero, e matematico, in sé e per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, fluisce equalmente». Anche lo spazio assoluto è «senza relazione ad alcunché di esterno». È rispetto al tempo e allo spazio assoluti, dice Newton, che si deve parlare di posizione e di moto dei corpi. Newton ritiene che sia possibile distinguere il moto relativo da quello assoluto in base agli «effetti» causati dalla rotazione. Per esempio, se ci troviamo su una giostra, e prendiamo come sistema di riferimento un sistema solidale alla giostra stessa, noi misuriamo una «forza» che ci spinge dal centro della giostra verso l'esterno. Non vi è però, dal punto di vista newtoniano, nessuna causa fisica che determina questa «forza»: non c'è un corpo che causa una forza che ci accelera radialmente verso l'esterno. Dal punto di vista di un osservatore in quiete rispetto allo spazio assoluto le cose stanno diversamente. L'osservatore ci vede compiere una traiettoria circolare con velocità angolare costante e misura una forza diretta verso il centro della giostra. Se questa forza smettesse improvvisamente di agire ci staccheremmo dalla giostra muovendoci di moto rettilineo uniforme lungo la tangente alla nostra traiettoria circolare. Alla forza diretta verso l'interno, misurata dall'osservatore in quiete rispetto allo spazio assoluto, possiamo associare una causa fisica ben precisa: sono le molecole del sedile della giostra che agiscono sulle molecole dei nostri pantaloni (se non siamo nudi!) a esercitare una forza centripeta.

Newton non fa l'esempio della giostra, ma altri due esempi. Uno è quello del secchio. Se vediamo che l'acqua in un secchio si alza ai bordi allora il secchio e l'acqua in esso contenuta sono in rotazione rispetto allo spazio assoluto. Se invece la superficie dell'acqua è piana allora il secchio non è in rotazione. Nel secondo esempio abbiamo due palle unite da una fune. Se nella fune si esercita una tensione, allora le palle sono in rotazione rispetto allo spazio assoluto. Maggiore la tensione, maggiore la velocità angolare assoluta.

I motivi che spingono Newton a introdurre i concetti di spazio e tempo assoluti sono molteplici. Alcuni storici hanno individuato motivazioni di tipo teologico. Il Dio di Newton interviene in ogni istante di tempo nella natura per mezzo di un agente spirituale che pervade tutto lo spazio. Tempo e spazio non sono misure convenzionali umane, ma la sede dell'intervento divino. Da qui l'esigenza di conferire a questi due concetti una assolutezza che trascenda la relatività delle procedure di misura. Vi sono anche motivazioni di carattere più interno alla scienza newtoniana. Newton ritiene che nei sistemi di riferimento accelerati rispetto allo spazio assoluto (la giostra ecc.) vengono misurate delle accelerazioni cui non corrispondono delle forze reali (non c'è nessun corpo che causa la salita dell'acqua ai bordi del secchio o la tensione nella fune fra le due palle). Per far sì che la scienza del moto parli di forze realmente esistenti è necessario considerare il moto «assoluto» dei corpi, cioè le accelerazioni misurate rispetto allo spazio e al tempo assoluti.

I concetti newtoniani di tempo e spazio assoluti lasciarono scettici molti contemporanei. Segnaliamo soprattutto Huygens, Leibniz e George Berkeley. Per esempio Leibniz afferma: «Se vi fossero 1000 corpi, io penso che i fenomeni non possono fornirci un modo infallibile per determinare quali di questi si stanno muovendo e in quale grado, e che ciascuno di essi separatamente potrebbe essere considerato in quiete».

Non esiste, dice Leibniz, un sistema di riferimento privilegiato: le misure di tempo, di spazio e di moto, sono relative a nostre scelte. La critica più efficace ai concetti di tempo e spazio assoluti verrà sferrata da Ernst Mach alla fine dell'Ottocento. Einstein, partendo dalle critiche di Mach, affosserà definitivamente, con la teoria della relatività generale, i concetti newtoniani di spazio e di tempo assoluti.

IN SINTESI

di

Piergiorgio Odifreddi

Succede a volte, non soltanto nella storia della scienza, ma anche in quella della filosofia, che ci siano scuole di pensiero contrapposte, apparentemente incompatibili fra loro, che vengono poi unificate grazie a un personaggio di levatura superiore a quella dei suoi contemporanei, che riesce a operare una sintesi di idee differenti.

Pensiamo per esempio all'antica Grecia. Parmenide sosteneva che l'essenza del mondo era l'essere, che le cose non cambiano nel tempo. Eraclito, all'opposto, sosteneva che tutto scorre, che esiste soltanto il divenire. Essere e divenire sembravano due concetti completamente contrapposti, fino a quando non giunse Aristotele, che riuscì a far dialogare i sistemi di Parmenide e di Eraclito.

Un paio di millenni più tardi Kant farà la stessa cosa, quando riuscirà a trovare una sintesi fra due concezioni filosofiche che, di nuovo, sembravano inconciliabili. Da una parte, il razionalismo di Cartesio e Leibniz, di coloro che per capire il mondo volevano usare solo la ragione. Dall'altra parte, l'empirismo di Locke o Hume, di coloro che per capire il mondo dicevano che bisognava aprire gli occhi, toccare con le mani, fare esperimenti con i sensi.

Ebbene, questo accade a volte anche nella scienza. Anche se nella scienza, più che visioni contrapposte troviamo visioni complementari. Nel nostro caso arrivò a un certo punto un personaggio superiore, forse il più grande scienziato che sia mai esistito, che si chiamava Isaac Newton. C'è una famosa espressione di san Bernardo, che fu usata da Newton e viene talvolta attribuita a lui: «Se ho visto più lontano degli altri, è perché sono salito sulle spalle dei giganti».

I due giganti sulle cui spalle Newton salì erano Keplero e Galileo. E unendo le osservazioni sperimentali di Galileo con le leggi teoriche di Keplero, egli riuscì a costruire l'edificio della scienza. La meccanica e l'astronomia vennero fuse nei suoi *Principia mathematica*, che divennero l'analogo moderno di quello che erano stati gli *Elementi* di Euclide per la matematica antica: il libro che racchiude tutto il sapere di un'epoca.

Piergiorgio Odifreddi nasce a Cuneo nel 1950. Consegue la laurea in matematica nel 1973 all'Università di Torino.Tra il 1978 e il 1983 studia presso le università dell'Illinois, della California e di Novosibirsk (ex U.R.S.S.). A partire dal 1983 insegna Logica a Torino. Ripetutamente visiting professor presso la Cornell University, l'Accademia Sinica di Pechino, l'Università di Nanjing, l'Università di Buenos Aires e l'Italian Academy della Columbia University. Odifreddi ottiene nel 1998 il Premio Galileo dell'Unione Matematica Italiana per la divulgazione. È una firma del quotidiano «la Repubblica», del settimanale «L'espresso» e del mensile «Le Scienze».
Dal 2005 è Commendatore dell'Ordine al Merito della Repubblica Italiana.